

استخدام انموذج دالة التحويل ثنائية المدخلات DISO في السلاسل الزمنية المالية

نزار وليد جسام
الجامعة المستنصرية/كلية الإدارة والاقتصاد
أ.د. جواد كاظم خضير
الجامعة المستنصرية/كلية الإدارة والاقتصاد
nazarusa@uomustansiriyah.edu.iq
jwad_k@uomustansiriyah.edu.iq

مستخلص البحث

في معظم دراسة تحليل السلاسل الزمنية يلحظ ان اغلب النماذج التي يتم وصفها بمتغير واحد وقد لا تعطي تنبؤات مستقبلية دقيقة للسلسلة المدروسة، بسبب عدم الاهتمام بعلاقتها مع المؤشرات الخارجية لسلاسل زمنية أخرى المرتبطة بها مثلما هي الحال في نماذج الانحدار المتعدد. ولأهمية هذا النوع من النماذج لكونه يجمع بين الخاصية الحركية للسلاسل الزمنية والخاصية السببية لنماذج الانحدار المتعدد، وبناءً عليه تم تطبيق نماذج دالة التحويل بمدخلات ثنائية ومخرجات احادية لمشاهدات شهرية تضم ثلاثة سلاسل زمنية للتنبؤ بأحد المؤشرات المالية (عرض النقد) مع سلسلتي المدخلات (القروض والسلف) و (ديون القطاع الخاص). حيث تم في هذا البحث استخدام اسلوب بديل في تشخيص رتب دوال التحويل اعتماداً على طريقة الزاوية (Corner Method)، وتبين ان رتب دوال التحويل كانت $TF_1(1,0,1)$ و $TF_2(1,1,1)$ ولغرض التحري عن دقة مطابقة الانموذج (DISO) للبيانات تم تطبيق ثلاثة نماذج أخرى للبيانات المذكورة لا جل المقارنة، اثنان منها تخص نماذج دالة التحويل احادية المدخلات –احادية المخرجات (SISO) فضلاً عن الانموذج ARIMA. وقد اظهرت نتائج التطبيق افضلية الانموذج (DISO) لكونه اعطى اقل قيمة للمعيارين (MSE) و (AIC) بالمقارنة مع النماذج الاخرى.

الكلمات المفتاحية: انموذج دالة التحويل، السلاسل الزمنية ثنائية المتغيرات، طريقة الزاوية
هل البحث مستل من رسالة ماجستير؟ نعم

1. المقدمة:

ان نماذج دالة التحويل (Transfer Function - TF) هي احد اصناف نماذج السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات، وتكون بصورة سلسلة واحدة او مجموعة من السلاسل كمدخلات (Inputs) في نظام تؤثر في سلسلة واحدة او اكثر من المخرجات (Outputs) من خلال علاقة دالية يطلق عليها دالة التحويل. لذا فدالة التحويل هي تقنية تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات التي تصف العلاقة الديناميكية بين سلاسل المدخلات والمخرجات. فضلاً عن تأثيرات تلك المدخلات لمنظومة دالة التحويل في المخرجات. حيث اشار كثير من الباحثين ومنهم (Box-Tiao) بانه يمكن عد نماذج دالة التحويل على انها نماذج ديناميكية وسببية في آن واحد. اما حديثاً، فقد تناول كثير من الباحثين توظيف نماذج دالة التحويل في منظومات السلاسل الزمنية المالية سواء كانت تلك الدالة احادية المتغيرات ام ثنائية وحتى المتعددة منها نظراً لأهميتها التطبيقية ودقتها للاداء التنبؤي. ويرمز لنماذج دالة التحويل احادية المدخلات احادية المخرجات (Single Input- Single output) بالرمز (SISO)، في حين يرمز لنماذج دالة التحويل ثنائية المدخلات احادية المخرجات (Double Input- Single output) بالرمز (DISO).

2. مشكلة البحث:

في تطبيقات نماذج السلاسل الزمنية احادية المتغيرات تكون احياناً نتائج التنبؤ وبخاصة في نماذج الانحدار الذاتي – المتوسط المتحرك (ARMA) لا تتناغم على وفق المشاهدات الحقيقية، مما يؤثر في التخطيط واتخاذ القرار الملائم المبني على اساس الاداء التنبؤي، وقد يعزى ذلك الى وجود عوامل خارجية تؤثر في سلوك متغير السلسلة الزمنية. لذا من المفترض البحث عن نماذج بديلة لتلافي هذا القصور. ولعل اهمها هي نماذج دالة التحويل التي تشتمل على الخصائص الاحصائية لنماذج (ARMA) الحركية واسلوب النماذج السببية، وذلك من خلال تضمين متغير خارجي واحد او اكثر ضمن منظومة الانموذج المدروس للحصول على افضل اداء تنبؤي.

3. هدف البحث:

ان مضمون البحث ينطوي على هدفين، الاول هو تقييم اداء الانموذج ثنائي المدخلات – احادي المخرجات من خلال مقارنة دقة الانموذج مع النماذج احادية المدخلات واحادية المخرجات. اما الثاني فيعني بنمذجة بيانات سلسلة عرض النقد باستخدام الانموذج $ARIMA(p,d,q)$ على وفق ما تم تطبيقه عند مرحلة تنقية السلسلتين المدخلات وسلسلة المخرجات (عرض النقد).

4. الاستعراض المرجعي:

وفي عام (1991) تناول الباحث (Liu) تحليل دالة التحويل الخطية (Linear-TF) في نمذجة السلاسل الزمنية تطبيقياً. حيث قام بتطبيق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) في تقدير معلمات منظومة المدخلات الاحادية وفي عام (2008) نشر كل من (Ding, Ding and Zhang) بحثاً تناولوا فيه تحديد معلمة الانظمة متعددة المدخلات احادية المخرجات اعتماداً على نماذج استجابة الدافع (الاستجابة النبضية) المحددة (FIR). وفي عام (2018) درس الباحثون (Nwafor, Etuk and Emeka)، [29] نمذجة دالة التحويل متعدد المتغيرات للمؤشرات الاقتصادية في نيجيريا للمدة (1981-2015) للبيانات التي تضم السلاسل الزمنية الجزئية للنتائج المحلي. وهناك العديد من البحوث تناولت موضوع نماذج دالة التحويل بمدخلات احادية وثنائية ومخرجات احادية

5. دالة التحويل [2,8] Transfer Function

على فرض ان (X) و (Y) تمثلان سلسلتين مستقلتين في نظام ديناميكي بمدخلات احادية ومخرجات احادية، وان هاتين السلسلتين ترتبطان بواسطة مرشح خطي على وفق الصيغة الاتية:

$$y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} v_j x_{t-j} = v(B)x_t \quad \dots (2.1)$$

اذ ان $v(B) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} v_j B^j$ تشير الى دالة التحويل للمرشح الخطي (Box, Jenkins and Reinsel, 2008). وان تعريف هذا المرشح يكون:

1. ثابت زمنياً، حيث ان المعاملات $\{v_j\}$ لا تعتمد على الزمن.
2. يمكن تحقيقه فعلياً اذا كان $v_j = 0$ لكل $j < 0$ ، اي ان سلسلة المخرجات (y_t) تكون دالة خطية للقيم الحالية والسابقة لسلسلة المدخلات (x_t) :

$$y_t = v_0 x_t + v_1 x_{t-1} + v_2 x_{t-2} + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} v_j x_{t-j} \quad \dots (2.2)$$

3. يكون مستقراً اذا كان $\sum_{j=-\infty}^{\infty} |v_j| < \infty$.

وان المعاملات $\{v_j\}$ في المعادلة (2.2) غالباً ما تسمى اوزان الاستجابة النبضية (Impulse Response Weights)، وكدالة j فان $\{v_j\}$ تسمى بدالة الاستجابة النبضية ايضاً. ويتم الحصول على تمثيل اكثر واقعية للاستجابة عن طريق اضافة حد الخطأ العشوائي (الضوضاء noise) في المعادلة (2.2) وذلك لمراعاة العوامل غير المتوقعة او التي يتم تجاهلها وقد يكون تأثير على الاستجابة ايضاً. ومن ثم يتم التمثيل للاضافة في الانظمة الديناميكية على النحو الاتي:

$$y_t = v(B)x_t + n_t \quad \dots (2.3)$$

اذ ان n_t : تمثل عملية الضوضاء غير المشاهدة، والذي من المفترض ان تكون (x_t) و (n_t) سلسلتين مستقلتين. ومن ثم فان تمثيل الانموذج في المعادلة (2.3) يطلق عليه انموذج دالة التحويل العشوائي (Transfer Function – Noise Model) الذي يرمز له اختصاراً (TFN).
ويلحظ من خلال المعادلة (2.2) ان تقدير معاملات دالة التحويل $v(B)$ هي عملية غير ممكنة لكون الدالة تحتوي على عدد غير محدد من المعاملات ، لذا سوف يفترض ان هذه المعاملات في v_t يمكن تمثيلها على النحو الاتي:

$$\begin{aligned} v(B) &= \sum_{j=0}^{\infty} v_j B^j \\ &= \frac{\omega(B)}{\delta(B)} \\ &= \frac{\omega_0 - \omega_1 B - \omega_2 B^2 - \dots - \omega_s B^s}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r} \quad \dots (2.4) \end{aligned}$$

ولكي تكون منظومة دالة التحويل مستقرة فان جذور المعادلة $\delta(B) = 0$ تفترض ان تقع خارج الدائرة التي نصف قطرها يساوي واحد.

ان عدد دوال التحويل يعتمد على عدد المدخلات في منظومة انموذج دالة التحويل، فعند وجود m من المدخلات غير المترابطة (uncorrelated inputs) فان ذلك يترتب على عدد m من دوال التحويل، وهذا ما يسمى بمنظومة متعددة المدخلات احادية المخرجات (MISO) التي تأخذ الصيغة الاتية:

$$y_t = \sum_{i=1}^m v_i(B)x_{it} + n_t \quad \dots (2.5)$$

وقد بين كل من (Box and Jenkins, 2008) و (Wright and Bacon, 1974) ان دوال التحويل $(v_i(B), i = 1, \dots, m)$ يمكن تقديرها بشكل منفرد لكل سلسلة مدخلات مع سلسلة المخرجات بالانموذج (SISO). ومن ثم يتم ربط كل الدوال معاً لتشكيل الانموذج (MISO)، وهذا ما يطلق عليه تسمية الاسلوب التبادلي (Superposition approach).
6. نماذج دالة التحويل ثنائية المدخلات - أحادية المخرجات [7]
بأستخدام المعادلة (k) يمكن كتابة انموذج دالة التحويل ثنائية المدخلات احادية المخرجات غير الموسمي على النحو الاتي :

$$Y_t = \frac{\omega_{s1}(B)}{\delta_{r1}(B)} B^{b1} X_{1t} + \frac{\omega_{s2}(B)}{\delta_{r2}(B)} B^{b2} X_{2t} + \frac{\theta_n(B)}{\phi_n(B)} a_t \quad \dots (2.6)$$

اذ ان :

$$\begin{aligned} \omega_{si}(B) &= \omega_{0i} - \omega_{1i}B - \dots - \omega_{si}B^{si} \quad , i = 1, 2 \\ \delta_{ri}(B) &= 1 - \delta_{1i}B - \dots - \delta_{ri}B^{ri} \quad , i = 1, 2 \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1B - \dots - \theta_qB^q \\ \phi(B) &= 1 - \phi_1B - \dots - \phi_pB^p \end{aligned}$$

وفي حالة ان المدخلات غير مستقرة في المتوسط حينئذ يتم اخذ الفروق المناسبة (d) ، وبذلك تكون صيغة الانموذج كما يأتي :

$$(1-B)^d Y_t = \frac{\omega_{s1}(B)}{\delta_{r1}(B)} (1-B)^d B^{b1} X_{1t} + \frac{\omega_{s2}(B)}{\delta_{r2}(B)} (1-B)^d B^{b2} X_{2t} + \frac{\theta_n(B)}{\phi_n(B)} a_t \quad \dots (2.7)$$

7. مراحل بناء الانموذج (DISO): [1,2,6, 8]

ان بناء الانموذج (DISO) يقع في اربع مراحل ، حيث تتضمن المرحلة الاولى بناء دوال التحويل بعد تحضير المدخلات وتنقيتها مع سلسلة الاستجابة كل على حدة ، ومن ثم يتم ربطها معاً في انموذج واحد لاتمام مرحلة البناء الاولى مع ايجاد التقدير الاول لسلسلة الاخطاء (n_t) ويلي ذلك تشخيص سلسلة الاخطاء بالانموذج $ARIMA(p_n, 0, q_n)$.

أما في المرحلة الثانية فيتم ايجاد التقديرات الاولى والنهائية لمعاملات الانموذج ، فيما تتضمن المرحلة الثالثة اختبار ملائمة دقة الانموذج ، وتتطوي المرحلة الاخيرة على استخدام الانموذج النهائي في عملية التنبؤ . وفيما يأتي ايجاز للمراحل الاربعة

1.7 المرحلة الاولى :

1.1.7 إعداد سلسلتي المدخلات والمخرجات

يقصد بالاعداد هنا هو تحضير سلسلتي المدخلات والمخرجات من حيث الاستقرار في التباين والمتوسط فضلاً عن ازالة التأثير الموسمي ، وفي حالة عدم استقرار السلسلة في المتوسط فينبغي اخذ الفروق المناسبة . حيث تتحقق الاستقرار على الاغلب عند الفرق الثاني. فعلى سبيل التمثيل أن سلسلة الادخال كانت غير مستقرة في المتوسط مع وجود التأثير الموسمي فينبغي اجراء التحويل الآتي $x_t = (1-B)^d X_t$:

$$y_t = (1-B)^d Y_t$$

2.1.7 تنقية سلسلتي المدخلات والمخرجات

في انموذج دالة التحويل ينبغي تنقية سلسلة المدخلات من خلال تحويلها الى سلسلة عشوائية وذلك بمطابقة احد نماذج (Box-Jenins) لسلسلة المدخلات وعلى النحو الآتي :

$$\alpha_t = \frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)} x_t \quad \dots (2.8)$$

ولكون انموذج (MISO) مؤلفاً من ثلاث دوال تحويل فسوف يستخدم الاسلوب نفسه لسلاسل المدخلات (x_{1t}, x_{2t}) في عملية تحويلها الى سلاسل عشوائية غير مرتبطة . اي أن :

$$\alpha_{it} = \frac{\phi_{x_i}(B)}{\theta_{x_i}(B)} x_{it}, i = 1, 2 \quad \dots (2.9)$$

ومن ثم فالاسلوب المطبق في سلسلة المدخلات يتم تطبيقه مباشرة لسلسلة المخرجات باستخدام التحويل نفسه الذي طبق على سلاسل المدخلات . اي ان :

$$\beta_{it} = \frac{\phi_{x_i}(B)}{\theta_{x_i}(B)} y_t, i = 1, 2 \quad \dots (2.10)$$

اذ ان :

$\phi_{x_i}(B)$: متعددة الحدود لمركبة الانحدار الذاتي للسلسلة (i)

$\theta_{x_i}(B)$: متعددة الحدود لمركبة المتوسط المتحرك للسلسلة (i)

α_{it} : سلسلة الخطأ العشوائي الناتجة عن مطابقة سلسلة المدخلات

β_{it} : سلسلة الخطأ العشوائي الناتجة عن مطابقة سلسلة المخرجات

3.1.7 حساب معاملات دالة الارتباط المتقاطع [1,3,4]

تعد معاملات دالة الارتباط المتقاطع (CCF) الاداة الرئيسة في تشخيص نماذج دوال التحويل سواء كانت أحادية ام متعددة المدخلات . فعلى فرض أن (x_t) و (y_t) تمثلان سلسلتين المدخلات والمخرجات على التوالي ، وهما عمليتان مستقرتان بشكل مشترك (Jointly Stationary) فعليه يكون :

$$\gamma_{xy}(k) = E(x_t - \mu_x)(y_{t+k} - \mu_y), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \dots (2.11)$$

اذ ان $\mu_y = E(y_t)$, $\mu_x = E(x_t)$ وان $\gamma_{xy}(k)$ تمثل دالة التغيرات المتقاطع بين (x_t) و (y_{t+k}) . وبناءً عليه فإن دالة الارتباط المتقاطع تكون على النحو الاتي :

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

إذ ان (σ_y) و (σ_x) هما الانحرافات المعيارية للسلسلتين (x_t) و (y_t) . ومن الجدير بالذكر أن $\rho_{xy}(k) \neq \rho_{yx}(k)$ ويعني ان دالة الارتباط المتقاطع تكون غير متماثلة .

اما تقدير هذه الدالة فيتم من خلال دالة الارتباط المتقاطع للعينة وكما يأتي :

$$\hat{\rho}_{xy}(k) = \frac{\hat{\gamma}_{xy}(k)}{S_x S_y}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \dots (2.12)$$

فضلاً عن ذلك ان $\hat{\gamma}_{xy}(k)$ تأخذ الصيغة الاتية:

$$\hat{\gamma}_{xy}(k) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}) & k \geq 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1-k}^n (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}) & k < 0 \end{cases} \quad \dots (2.13)$$

وان $(\bar{x})$ و $(\bar{y})$ اوساط العينة للسلسلتين (x_t) و (y_t) على التوالي. وان دالة الارتباط المتقاطع $\hat{\rho}_{xy}(k)$ تمثل مقدراً متسقاً يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط (صفر) وتباين $(\frac{1}{\sqrt{n-k}})$. اي أن

4.1.7 تقدير اوزان دالة الاستجابة النبضية

يمكن تقدير اوزان الاستجابة النبضية للانموذج (DISO) على النحو الاتي:

$$v_k = \frac{\gamma_{\alpha\beta}(k)}{\sigma_{\alpha}^2} = \frac{\rho_{\alpha\beta}(k)\sigma_{\beta}}{\sigma_{\alpha}} \quad \dots (2.14)$$

وبالتعويض عن قيم العينة، فإن تقدير اوزان الاستجابة النبضية للانموذج ثنائي المدخلات احادي المخرجات (DISO) فيكون على النحو الاتي:

$$v_{k_i} = \frac{\hat{\rho}_{\alpha_i\beta_i}(k)\hat{\sigma}_{\beta_i}}{\hat{\sigma}_{\alpha_i}} \quad , i = 1, 2 \quad \dots (2.15)$$

5.1.7 وصف وتحديد معاملات دالة التحويل

بعد تحديد قيم معاملات دالة التحويل المحور المهم في بناء انموذج دالة التحويل سواء كان احادياً ام متعدد المدخلات. وتشتمل هذه الدالة على ثلاث معاملات هي (r, s, b) ، حيث ان:

b : معلمة التأخير التي توضح الفارق الزمني الذي ينقضي قبل ان يؤثر نبض متغير الادخال في متغير الاخراج. او هي الفترة المقابلة لاول ارتباط متقاطع معنوي بين سلسلتي المدخلات والمخرجات.

r : معلمة التغيرات النمطية في ميل دالة التحويل وهي تمثل درجة الدالة $\delta(B)$ ، اي ان (r) تحدد بواسطة النمط الذي تأخذه اوزان الاستجابة النبضية.

s : معلمة الانحدار التي تحدد عدد فترات التأخر للارتفاعات غير النمطية في دالة التحويل، اي انها تحدد بواسطة النمط الذي تأخذ اوزان الاستجابة النبضية بالتناقص.

ان دالة التحويل في المعادلة (2.4) يمكن كتابتها على النحو الاتي

$$\delta_r(B)v(B) = \omega_s(B)B^b$$

$$(1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r)(v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) = (\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s)B^b$$

وعند مساواة معاملات (B) للطرفين يكون:

$$\begin{aligned} v_j &= 0 & , j < b \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \dots + \delta_r v_{j-r} + \omega_0 & , j = b \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \dots + \delta_r v_{j-r} - \omega_{j-b} & , j = b+1, \dots, b+s, \dots \\ v_j &= v_j = \delta_1 v_{j-1} + \dots + \delta_r v_{j-r} & , j > b+s \end{aligned} \quad \dots (2.16)$$

وقد بين كل من (Tsay, 2009) و (Gil, Gonzales and Gabino, 2010) ان هناك اسلوب آخر في تحديد قيم المعلمات (r, s, b) يطلق عليه تسمية طريقة الزاوية (Corner Method).

وتوصف هذه الطريقة على انها تصميم مصفوفة مربعة توضع في جدول يوضح فيه الانماط التي تلحظ من خلال اوزان الاستجابة النبضية (v_j). وهذا الجدول صفوفه مرقمة بـ $(0,1,2,\dots)$ واعمدته مرقمة بـ $(1,2,\dots)$. وباستخدام الصيغة الاتية:

$$u(B) = \frac{v(B)}{v_{max}} \quad \dots (2.17)$$

اذ ان $v_{max} = \max(|v_j|)$. ومن ثم ان عناصر الجدول تكون على النحو الاتي :

جدول (1) سلوك اوزان الاستجابة النبضية لدالة التحويل عند تطبيق طريقة الزاوية

(i,j)	1	2	...	$r-1$	r	$r+1$	...
0	0	0	...	0	0	0	...
1	0	0	...	0	0	0	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$b-1$	0	0	$\vdots$	0	0	0	$\vdots$
b	$\times$	$\times$	...	$\times$	$\times$	$\times$	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$b+s$	$\times$	$\times$	...	$\times$	$\times$	$\times$	...
$b+s+1$	*	*	...	*	$\times$	0	...
$b+s+2$	*	*	...	*	$\times$	0	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

وان العنصر في كل خلايا الجدول يمثل قيمة محدد المصفوفة الاتية بالترتبة $(j \times j)$.

$$M(i,j) = \begin{bmatrix} u_i & u_{i-1} & \dots & u_{i-j+1} \\ u_{i+1} & u_i & \dots & u_{i-j+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i+j-1} & u_{i+j-2} & \dots & u_i \end{bmatrix} \quad \dots (2.18)$$

اذ ان $u_h = 0$ لكل $h < 0$ ، و العلامة ($\times$) تشير الى ان قيمة العنصر $(i \times j)$ معنوية والعلامة ($*$) تشير الى ان قيمة العنصر (i,j) تتناقص بالتدرج. وفي هذا الجدول يكون نمط قيم العناصر هو الاساس في تحديد قيم المعلمات (b, s, r) وعلى النحو الاتي:

اولاً: قيمة المعلمة (b) تمثل رقم الصف الذي تكون فيه قيمة العنصر (i,j) معنوية.

ثانياً: قيمة المعلمة (r) يمثل رقم العمود الذي تكون فيه قيمة العنصر للصف (b) اكبر ما يمكن .

ثالثاً: قيمة المعلمة (s) تحدد بعدد القيم المعنوية بعد الصف (b) بحيث تصل قيمة العنصر (i,j) اكبر ما يمكن ثم تبدأ القيم بالتناقص.

6.1.7 تقدير سلسلة الخطأ n_t

يتم تقدير سلسلة الخطأ (n_t) للانموذج (DISO) اعتماداً على تقدير الاوزان لدوال التحويل $v_1(B), v_2(B)$. حيث ان :

$$+n_t Y_t = v_1(B) X_{1t} + v_2(B) X_{2t}$$

اذ ان :

$$v_1(B) = v_{01} + v_{11}B + v_{21}B^2 + \dots + v_{h1}B^{h1}$$

$$v_2(B) = v_{02} + v_{12}B + v_{22}B^2 + \dots + v_{h2}B^{h2}$$

وبذلك فسليلة الخطأ (n_t) تكون:

$$n_t = Y_t - Y_{1t} - Y_{2t} \quad \dots (2.19)$$

اذ ان:

$$Y_{1t} = \delta_{r1}^{-1}(B)\omega_{s1}(B)X_{1t-b1}$$

$$Y_{2t} = \delta_{r2}^{-1}(B)\omega_{s2}(B)X_{2t-b2} \quad \dots (2.20)$$

وعندما تكون سلسلة المخرجات وسلاسل المدخلات غير مستقرة فيمكن أخذ الفروق الملائمة لجعل منظومة (DISO) مستقرة.

7.1.7 بناء الانموذج الملائم لسلسلة الخطأ (n_t) باستخدام $ARIMA(p_n, 0, q_n)$ ان عملية تقدير الانموذج (DISO) تتطلب تشخيص الانموذج الملائم لسلسلة الاخطاء (n_t) . وطبقاً لذلك يتم مطابقة مشاهدات سلسلة الاخطاء (n_t) بالانموذج $ARIMA(p_n, 0, q_n)$. حيث يتم مبدئياً تحديد رتبة الانموذج المطبق من خلال تحليل سلوك دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والذاتي الجزئي (PACF)، اذ ينبغي ان تكون السلسلة مستقرة وبذلك فان $(b=0)$. وباعادة كتابة الانموذج للسلسلة (n_t) على وفق الصيغة الاتية :

$$n_t = \frac{\theta_n(B)}{\phi_n(B)} a_t = \phi_n^{-1}\theta_n(B)a_t \quad \dots (2.21)$$

اذ ان $\theta_n(B)$ و $\phi_n(B)$ تمثلان متعددات الحدود لمركبتي الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك للسلسلة (n_t) . وان (a_t) تمثل سلسلة البواقي للانموذج النهائي. وتأسيساً على ذلك فان الانموذج النهائي يمكن كتابته بالصيغة الاتية:

$$\dots (2.22) Y_t = \frac{\omega_{s1}(B)}{\delta_{r1}(B)} X_{1t-b1} + \frac{\omega_{s2}(B)}{\delta_{r2}(B)} X_{2t-b2} + \frac{\theta_n(B)}{\phi_n(B)} a_t$$

2.7 المرحلة الثانية: تقدير معلمات انموذج دالة التحويل [5, 8]

1.2.7 التقدير الاولي للمعلمات :

باستخدام المعادلات (2.16) الخاصة بأوزان الاستجابة النضية مع دوال الانموذج $\omega(B)$ و $\delta(B)$. وبعد حساب تقديرات تلك الاوزان يتم ايجاد التقديرات الاولية لمعلمات دوال التحويل الثلاث. ومن ثم يتم تقدير معلمات سلسلة الاخطاء (n_t) . وبعد اكتمال مجموعة التقدير لمعلمات النموذج يكون حينئذ تم الحصول على التقديرات الاولية للانموذج (DISO).

2.2.7 التقدير النهائي للمعلمات :

بعد الحصول على التقديرات الاولية لانموذج دوال التحويل (MISO) يتم ايجاد التقديرات النهائية باستخدام خوارزميات المربعات الصغرى غير الخطية للمعلمات الاتية:

$$\beta'_0 = (\omega_1, \delta_1, \omega_2, \delta_2, \phi_1, \theta_1)$$

اذ ان :

$$\omega_1 = (\omega_{01,0}, \omega_{11,0}, \dots, \omega_{s1,0}), \delta_1 = (\delta_{11,0}, \delta_{21,0}, \dots, \delta_{r1,0})$$

$$\omega_2 = (\omega_{02,0}, \omega_{12,0}, \dots, \omega_{s2,0}), \delta_2 = (\delta_{12,0}, \delta_{22,0}, \dots, \delta_{r2,0})$$

$$\phi_1 = (\phi_{1,0}, \phi_{2,0}, \dots, \phi_{p,0}), \theta_1 = (\theta_{1,0}, \theta_{2,0}, \dots, \theta_{q,0})$$

ان القيم المحسوبة لبواقي الانموذج (a_t) بواسطة قيم المعلمات (β_0) يتم حساب المشتقات الاتية:

$$d_{ji,t}^{(\omega)} = - \frac{\partial a_t}{\partial \delta_{ji}} \Big|_{\beta_0}, i = 1, 2$$

$$d_{ji,t}^{(\delta)} = - \frac{\partial a_t}{\partial \omega_{ji}} \Big|_{\beta_0}, i = 1, 2 \quad \dots (2.23)$$

وينشر سلسلة تايلور لسلسلة البواقي $a_t = a_t(B)$ حول قيم المعلمة $\beta = \beta_0$ فان السلسلة $(a_{t,0})$ يمكن كتابتها على النحو الاتي:

$$a_{t,0} \cong \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^s (\omega_{ji} - \omega_{ji,0}) d_{ji,t}^{(\omega)} + \sum_{i=1}^2 \sum_{v=1}^r (\delta_{vi} - \delta_{vi,0}) d_{vi,t}^{(\delta)}$$

$$+ \sum_{g=1}^p (\phi_g - \phi_{g,0}) d_{g,t}^{(\phi)}$$

$$+ \sum_{h=1}^q (\theta_h - \theta_{h,0}) d_{h,t}^{(\theta)} \quad \dots (2.24)$$

ومن ثم فان التعديلات التي يتم الحصول عليها لكل من $(\omega_{ji} - \omega_{ji,0})$ ، $(\delta_{vi} - \delta_{vi,0})$ ، $(\phi_g - \phi_{g,0})$ و $(\theta_h - \theta_{h,0})$ يتم اضافتها الى التقدير الاولي لـ (β_0) ومطابقة العلاقة الخطية باستخدام اسلوب المربعات الصغرى للحصول على مجموعة اخرى من التقديرات ، وهكذا حين الحصول على قيم تقديرية بالتقارب.

3.2.7 المرحلة الثالثة: فحص ملائمة الانموذج Diagnostic Checking of model
بعد تشخيص وتقدير الانموذج (DISO) وايجاد قيم سلسلة البواقي النهائية، ينبغي اجراء اختبارين وعلى النحو الاتي:

اولاً: اختبار التحقق من عشوائية سلسلة البواقي بعد حساب معاملات دالة الارتباط الذاتي للسلسلة ومن ثم تطبيق اختبار (Box - Pierce) طبقاً للصيغة الاتية:

$$\chi^2(m) = Q = (n - p - d - q) \sum_{k=1}^h r_{a_t}^2(k) \quad \dots (2.25)$$

وان $m = (h - p - d - q)$ ، وان (h) تمثل اكبر ازاحة . وان سلسلة البواقي تكون عشوائية اذ كانت القيمة (Q) المحسوبة اقل من قيمتها الجدولية تحت مستوى احتمالي معين.
ثانياً: اختبار التحقق من استقلالية سلسلة البواقي مع كل سلسلة من سلاسل المدخلات النقية α_{1t} و α_{2t} و α_{3t} . حيث يتم حساب معاملات دالة الارتباط المتقاطع بين كل سلسلة مدخلات نقية مع سلسلة البواقي ومن ثم تطبيق الاختبار الاتي:

$$\chi^2(m) = S_i = (n - 1 - n^*) \sum_{k=1}^h r_{a\alpha_i}^2(k) \quad , i = 1, 2, 3 \quad \dots (2.26)$$

وان $n^* = \max\{p_x, (s + b + p_n)\}$ ، وان رتبة الانحدار الذاتي لسلاسل المدخلات كل على حدة. حيث ان (S_i) تتبع توزيع χ^2 بدرجة حرية $(h - 1 - r - s)$. وان السلسلتين مستقلتان اذا كانت قيمة (S_i) المحسوبة اقل من قيمتها الجدولية تحت مستوى احتمالي معين.

4.2.7 المرحلة الرابعة : التنبؤ [5, 8] Forecasting

ان مرحلة التنبؤ تعتمد على تقديرات قيم سلاسل المدخلات الثلاث (X_{1t}, X_{2t}) للحصول على القيم التنبؤية لسلسلة المخرجات (Y_t) . وعلى فرض ان الانموذج المقدر النهائي لدالة التحويل (DISO) كان على النحو الاتي :

$$Y_t = \delta_{r1}^{-1}(B)\omega_{s1}(B)B^{b_1}X_{1t} + \delta_{r2}^{-1}(B)\omega_{s2}(B)B^{b_2}X_{2t} + \delta_{r3}^{-1}(B)\omega_{s3}(B)B^{b_3}X_{3t} + \delta^{-1}(B)\theta(B)a_t \quad \dots (2.27)$$

ان متوسط مربعات خطأ التنبؤ يكون:

$$E[Y(t+L) - \hat{Y}_t(L)]^2 = \sigma_{x_1}^2 \sum_{j=0}^{L-1} v_1^2(j) + \sigma_{x_2}^2 \sum_{j=0}^{L-1} v_2^2(j) + \sigma_a^2 \sum_{j=0}^{L-1} \Psi^2(j) + \sum_{j=0}^{\infty} [v_1(L+j) - v_1^0(t+j)]^2 \sigma_{a_1}^2 + [v_2(L+j) - v_2^0(t+j)]^2 \sigma_{a_2}^2 + [\Psi(L+j) - \Psi^0(L+j)]^2 \sigma_a^2$$

وبذلك فان تنبؤ الخطوة (L) يكون على النحو الاتي:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t(L) &= E[Y(t+j)] \\ &= \delta_1^* \hat{Y}(t+L-1) + \dots + \delta_{p^*+r_1+r_2+r_3}^* \hat{Y}(t+L-p^*-r_1-r_2-r_3) \\ &\quad + \omega_{0,1}^* \hat{X}_1(t+L-b_1) + \dots + \omega_{(p^*+s_1),1}^* \hat{X}_1(t+L-b_1-p^*-s_1) \\ &\quad + \omega_{0,2}^* \hat{X}_2(t+L-b_2) + \dots + \omega_{(p^*+s_2),2}^* \hat{X}_2(t+L-b_2-p^*-s_2) \\ &\quad + \hat{a}(t+L) - \theta_1^* \hat{a}(t+L-1) - \dots \\ &\quad \dots (2.28) - \theta_{q+r_1+r_2+r_3}^* \hat{a}(t+L-q-r_1-r_2-r_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t(t+j) &= \begin{cases} Y(t+j) & , j \leq 0 \\ \hat{Y}_t(j) & , j > 0 \end{cases} \\ , i = 1, 2 \quad \hat{X}_i(t+j) &= \begin{cases} X_i(t+j) & , j \leq 0 \\ \hat{X}_i(j) & , j > 0 \end{cases} \\ \hat{a}(t+j) &= \begin{cases} a(t+j) & , j \leq 0 \\ 0 & , j > 0 \end{cases} \quad \dots (2.29) \end{aligned}$$

8. وصف البيانات :

تم التركيز في الجانب التطبيقي على أحد اهم المؤشرات المالية المهمة المتمثلة بعرض النقود . حيث تم استخدام ثلاث سلاسل زمنية تم تجميعها وتبويبها من المنشورات السنوية للبنك المركزي العراقي ضمن الموقع الالكتروني بالمديرية العامة للإحصاء والابحاث. وتم استخدام عينة مؤلفة من $(n = 96)$ مشاهدة شهرية تعود للسنوات (2015-2022). وقد تمثلت متغيرات هذه السلاسل بما

يأتي: Y_t : وتمثل مشاهدات سلسلة عرض النقد على الآمد القصير. X_{1t} : وتمثل مشاهدات سلسلة القروض والسلف و X_{2t} : وتمثل مشاهدات سلسلة ديون القطاع الخاص والقطاعات الاخرى. ومن ثم استخدام قيم المتغيرات الثلاث (X_{2t}, X_{1t}) كسلاسل مدخلات في منظومة دالة التحويل ، في حين ان متغير سلسلة المخرجات متمثلاً بـ (Y_t) .
1.8 اختبار الاستقلالية لسلاسل المدخلات :

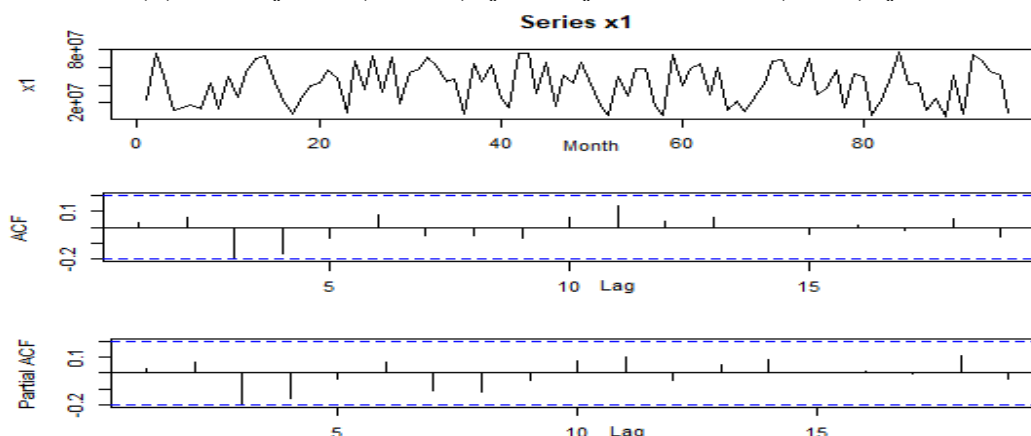
تم استخدام اختبار بوكس- بيرس (Box - Pierce) للتحقق من استقلالية سلاسل المدخلات اعتماداً على معاملات دالة الارتباط الذاتي المتقاطع (Cross Autocorrelation Function) بين سلسلتي الادخال على حدة. حيث تم حساب تلك المعاملات كما في الجدول (2). وكانت بقيمة الاختبار مساوية الى (28.338) وهي اصغر من القيم الجدولية بمستوى معنوية (0.05) المساوية الى (32.67) وبذلك لا يمكن رفض الفرضية (H_0) التي تنص على ان السلسلتين مستقلتان.

جدول (2) قيم معاملات دالة الارتباط المتقاطع بين سلسلتي المدخلات مع بعضها

k	$r_{x_1, x_2}(k)$	k	$r_{x_1, x_2}(k)$
0	0.007751	10	- 0.061112
1	0.122809	11	0.064353
2	0.144461	12	0.098065
3	0.007003	13	- 0.002695
4	- 0.109181	14	- 0.098210
5	- 0.146027	15	0.004921
6	- 0.013560	16	- 0.083977
7	- 0.210544	17	- 0.167628
8	- 0.017698	18	- 0.279883
9	0.062434	19	0.191048

2.8 بناء انموذج دالة التحويل ثنائي المدخلات-احادي المخرجات (DISO)
ويتضمن بناء الانموذج على تشخيص ثلاث دوال تحويل ، الدالة الاولى لسلسلة المدخلات (X_{1t}) وسلسلة المخرجات (Y_t) و الدالة الثانية لسلسلة المدخلات (X_{2t}) وسلسلة المخرجات (Y_t) وكل منها يطلق عليها المنظومة (SISO) التي تشتمل على ست مراحل .
1.2.8 الدالة الاولى لسلسلة المدخلات (X_{1t}) وسلسلة المخرجات (Y_t)
1.1.28. المرحلة الاولى: تشخيص دالة التحويل الاولى

قبل البدء بعملية التشخيص ينبغي تحديد سلوك سلسلة المدخلات (X_{1t}) من حيث الاستقرار من اجل تحديد انموذج ARIMA الملائم لها. وتأسيساً على ذلك تم رسم السلسلة وكذلك رسم معاملات دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والارتباط الذاتي الجزئي (PACF) كما في الشكل (1).



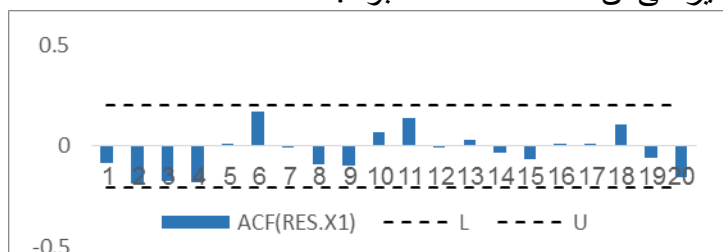
شكل (1) رسم السلسلة (X_{1t}) ومعاملات دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والجزئي (PACF) ومن خلال رسم قيم السلسلة الزمنية في الشكل (1) يتبين ان السلسلة مستقرة في المتوسط ولا تحتاج الى اجراء تحويلات ، فضلا من ان قيمة احصاء اختبار ديكي فولر الموسع (ADF) مساوية الى -9.293 باحتمال (0.000) وهذا يعني ان سلسلة المدخلات (X_{1t}) مستقرة ولا تمتلك جذر الوحدة.

2.1.2.8 المرحلة الثانية : تنقية سلسلة المدخلات (X_{1t}) في هذه المرحلة يتم تحديد الانموذج الملائم لسلسلة المدخلات وذلك من خلال معرفة سلوك معاملات دالتي الارتباط الذاتي (ACF) والجزئي (PACF). ونظرا لعدم سلوك هاتين الدالتين السلوك النظري طبقاً لمنهجية بوكس – جينكنز، فقد تم توفير مجموعة من النماذج المقترحة ومن ثم اختيار الانموذج الذي يطرح اقل قيمة لمعايير المقارنة (AIC, AICc, BIC). وبذلك كان الانموذج ARIMA(2,0,0) هو الاكثر ملائمة لمشاهدات سلسلة المدخلات (X_{1t}) لامتلاكه اقل القيم لمعايير المقارنة المذكورة . اما القيم التقديرية لمعاملات الانموذج فقد كانت على وفق الجدول الاتي:

جدول (3) نتائج تقدير الانموذج ARIMA(2,0,0) للسلسلة (X_{1t})

Parameters	ϕ_1	ϕ_2
values	0.4183	0.4582
s.e.	0.0912	0.0929
p-value	0.000	0.000
Log-likelihood	-1775.62	
MSE of Model	6.853e+14	
AIC	3557.233	

ومن خلال سلوك معاملات دالة الارتباط الذاتي للبواقي الناتجة عن مطابقة مشاهدات سلسلة المدخلات (X_{1t}) الموضحة في الشكل (2) يتبين ان قيمها غير معنوية وتقع داخل حدي الثقة (± 0.204) وهذا يشير الى ان هذه المعاملات مقبولة.



شكل (2) رسم معاملات دالة الارتباط الذاتي (ACF) لبواقي الانموذج ARIMA(2,0,0)

وان قيمة احصاء اختبار بوكس - بيرس (Box – Pierce) كانت مساوية الى (21.244) وهي قل من قيمتها الجدولية بدرجة حرية (18) ومستوى معنوية (0.05) المساوية الى (28.87) فهذا يعني ان سلسلة البواقي عشوائية وان الانموذج ARIMA(2,0,0) كان ملائماً لسلسلة المدخلات (X_{1t}). وتأسيساً على ذلك فان الانموذج المقدر النهائي يكون :

$$(1 - 0.4183B - 0.4582B^2)X_{1t} = \alpha_{1t}$$

اما تنقية سلسلة المخرجات Y_t فيتم طبقاً الى تنقية المدخلات ، اي ان :

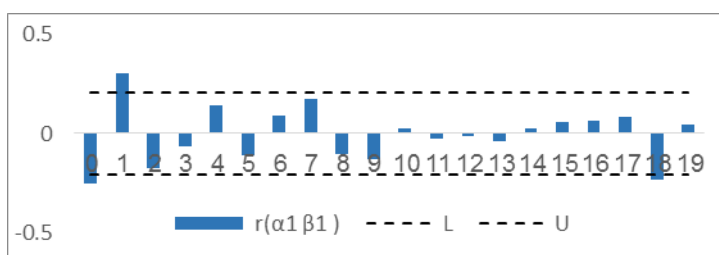
$$(1 - 0.4183B - 0.4582B^2)Y_t = \beta_{1t}$$

3.1.2.8 المرحلة الرابعة: حساب معاملات الارتباط المتقاطع للسلسلتين (α_{1t}) و (β_{1t})

تم احتساب هذه المعاملات على وفق المعادلة (2.12) كما في الجدول (4) ومن ثم رسمها في الشكل (3). ويلاحظ من خلال الشكل ان قيمة معامل الارتباط المتقاطع عند الازاحة (صفر) كانت معنوية وهذا يشير الى ان ($b_1 = 0$). فضلا عن ذلك، فان تلك المعاملات تتناقص بعد الازاحة الاولى ثم تتزايد بشكل منحنى جيبى مما يشير الى ان ($r_1 = 1$). اما (s_1) فمن الصعوبة بمكان تحديد قيمتها. لذا سيتم استخدام طريقة الزاوية اعتماداً على اوزان الاستجابة النبضية .

جدول (4) قيم الارتباطات المتقاطعة بين السلسلتين (α_{1t}) و (β_{1t})

k	$r_{\alpha_1, \beta_1}(k)$	k	$r_{\alpha_1, \beta_1}(k)$
0	-0.21488	10	0.02435
1	0.29974	11	-0.02379
2	-0.17227	12	-0.01503
3	-0.06478	13	-0.03761
4	0.13790	14	0.02765
5	-0.11193	15	0.05620
6	0.08789	16	0.06364
7	0.17337	17	0.08311
8	-0.10176	18	-0.22825
9	-0.12912	19	0.04757



شكل (3) رسم معاملات الارتباط المتقاطع بين السلسلتين (α_{1t}) و (β_{1t})

4.1.2.8 المرحلة الخامسة: تقدير اوزان الاستجابة النبضية
تم حساب اوزان الاستجابة النبضية على وفق المعادلة (2.15) ، وان الانحراف المعياري للسلسلتين (α_{1t}) و (β_{1t}) كان مساوياً الى $(1.590539E+14)$ و $(2.00944E+15)$ على التوالي. وبذلك فان تلك الاوزان تكون على النحو الاتي:

$$1.7563627 r_{\alpha_1 \beta_1}(k) v_{1k} = \frac{r_{\alpha_1 \beta_1}(k) S_{\beta_1}}{S_{\alpha_1}} =$$

والجدول (5) يوضح اوزان الاستجابة النبضية لكل قيم $(k = 0, 1, \dots, 19)$.

جدول (5) قيم اوزان الاستجابة النبضية بين السلسلتين (α_{1t}) و (β_{1t})

k	v_j	k	v_{1j}
0	-0.4371	10	0.0428
1	0.5265	11	-0.0418
2	-0.3026	12	-0.0264
3	-0.1138	13	-0.0661
4	0.2422	14	0.0486
5	-0.1966	15	0.0987
6	0.1544	16	0.1118
7	0.3045	17	0.1460
8	-0.1787	18	-0.4009
9	-0.2268	19	0.0836

5.1.2.8 المرحلة السادسة: تحديد رتبة دالة التحويل الاولى
لا اعتماد اوزان الاستجابة النبضية على معاملات الارتباط المتقاطع فهي كذلك لا يعتمد عليها في تحديد رتبة نموذج دالة التحويل لكونها لا تعطي نمطاً واضحاً في العلاقة بين سلسلتي المدخلات والمخرجات. لذا تم اللجوء الى استخدام طريقة الزاوية لتحديد رتبة الانموذج، حيث سيتم اختيار قيم الاوزان $(v_0, v_1, \dots, v_7)$ فقط عند تطبيق هذه الطريقة التي تم احتسابها في الجدول (6) . وباستخدام الصيغ التي ذكرت في الجانب النظري فان:

$$v_{max} = \max_j \{ |v_{1j}| \} = 0.5265$$

وباستخدام المعادلة (2.17) يتم ايجاد قيم الدالة $u(B)$ على النحو الاتي:

$$u(B) = \frac{v(B)}{v_{max}}$$

$$u_0 = \frac{v_0}{v_{max}} = \frac{-0.4371}{0.5265} = -0.830, u_1 = \frac{v_1}{v_{max}} = \frac{0.5265}{0.5265} = 1.000$$

والجدول التالي يبين قيم $u(B)$ وكما يأتي:

j	0	1	2	3	4	5	6	7
u_j	- 0.830	1.000	- 0.575	- 0.216	0.460	- 0.373	0.293	0.578

وبواسطة المصفوفة (2.18) نجد ان :

$$M(0,1) = |u_0| = 0.830$$

$$M(1,1) = |u_1| = 1.000$$

:

$$M(1,7) = |u_7| = 0.578$$

$$M(1,2) = \begin{vmatrix} u_1 & u_0 \\ u_2 & u_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -0.830 \\ -0.575 & 1 \end{vmatrix} = 0.523$$

$$-0.237M(2,3) = \begin{vmatrix} u_2 & u_1 & u_0 \\ u_3 & u_2 & u_1 \\ u_4 & u_3 & u_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.575 & 1 & -0.830 \\ -0.216 & -0.575 & 1 \\ 0.460 & -0.216 & -0.575 \end{vmatrix} =$$

جدول (6) سلوك اوزان الاستجابة النبضية لدالة التحويل الاولى عند تطبيق طريقة الزاوية

(i,j)	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.830	0	0	0	0	0	0
1	1.000	0.532	0	0	0	0	0
2	-0.575	0.547	0.237	-0.160	0.239	0.091	0.003
3	-0.216	0.311	0.291	0.351	0.229	0.007	0.005
4	0.460	0.292	0.183	0.013	-0.084	0.019	-0.008
5	0.373	0.004	0.102	0	0	0	0
6	0.293	-0.130	0.051	0	0	0	0
7	0.578	0.441	0.198	0	0	0	0

ويلحظ من الجدول (6) ان القيمة في الرتبة $(0,1)$ معنوية وتقع في الصف (0) وهذا يعني ان $(b_1 = 0)$. وان اكبر قيمة معنوية في هذا الصف تتمثل بالقيمة (-0.830) تقع في العمود (1) وهذا يشير الى ان $(r_1 = 1)$. فيما يلحظ انه في العمود الاول ان القيم تبدأ بالتزايد عند الرتبة $(1,1)$ ثم تتناقص في الرتبة $(2,1)$ بمقدار ازاحة واحدة ، وعليه فان $(s_1 = 1)$. وبناءً عليه فان رتبة النموذج دالة التحويل الاولى تكون $(r_1, s_1, b_1) = (1, 1, 0)$. وتأسيساً على ذلك فان الصيغة التقديرية لدالة التحويل الاولى تكون كما يأتي:

$$Y_t = \frac{(\omega_{01} - \omega_{11}B)}{(1 - \delta_{11}B)} X_{1t}$$

وبتعويض قيم الاستجابة النبضية الاولى:

$$\omega_{01} = v_0 = -0.437$$

$$\delta_{11} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{-0.3026}{0.5265} = -0.575$$

$$\omega_{11} = \delta_{11}v_0 - v_1 = (-0.575)(-0.437) - 1 = -0.749$$

ومن ثم :

$$Y_t = \frac{(-0.437 + 0.749 B)}{(1 + 0.575 B)} X_{1t}$$

وبالاسلوب نفسه تم تشخيص سلسلة المدخلات الثانية (X_{2t}) وتبين انها تخضع للانموذج $ARIMA(3,0,0)$ بالمعلومات الموضحة في الجدول (7) . كما تم ايجاد السلسلتين العشوائيتين (α_{2t}) ، (β_{2t}) كما في المعادلتين الاتيتين :

$$(1 - 0.3191B - 0.3007B^2 - 0.3225B^3)X_{2t} = \alpha_{2t}$$

$$(1 - 0.3191B - 0.3007B^2 - 0.3225B^3)Y_t = \beta_{2t}$$

وباستخدام طريقة الزاوية تبين ان رتبة الانموذج هي $(r_1, s_1, b_1) = (1, 1, 0)$.
وتأسيساً على ذلك فان الصيغة التقديرية لدالة التحويل الثانية تكون كما يأتي:

$$Y_t = \frac{(\omega_{02} - \omega_{12}B)}{(1 - \delta_{12}B)} X_{2t-1}$$

وبتعويض قيم الاستجابة النبضية الاولى:

$$\omega_{02} = v_1 = -0.336$$

$$\delta_{12} = \frac{v_3}{v_2} = \frac{-0.2058}{-0.4153} = 0.496$$

$$\omega_{12} = \delta_{12}v_1 - v_2 = (0.496)(-0.33610) - (-0.41530) = 0.249$$

ومن ثم :

$$Y_t = \frac{(-0.336 - 0.249 B)}{(1 - 0.496 B)} X_{2t-1}$$

تقدير سلسلة الاخطاء (n_t) للانموذج (DISO)

في المراحل السابقة تم تشخيص دوال التحويل (SISO) لكل سلسلة من سلاسل المدخلات ,حيث كانت رتبة الدالة الاولى $(r_1, s_1, b_1) = (1, 1, 0)$ والدالة الثانية $(r_2, s_2, b_2) = (1, 1, 1)$.
وتأسيساً على ذلك تم ايجاد التقدير الاول لسلسلة الاخطاء (n_t) على النحو الاتي:

$$n_t = Y_t - \frac{(\omega_{01} - \omega_{11}B)}{(1 - \delta_{11}B)} X_{1t} - \frac{(\omega_{02} - \omega_{12}B)}{(1 - \delta_{12}B)} X_{2t-1}$$

$$n_t = Y_t - (\delta_{11} + \delta_{12})Y_{t-1} + \delta_{11}\delta_{12}Y_{t-2} - \omega_{01}X_{1t} + (\omega_{11} + \omega_{01}\delta_{12})X_{1t-1} - \omega_{11}\delta_{12}X_{1t-2} - \omega_{02}X_{2t-1} + (\omega_{12} + \omega_{02}\delta_{11})X_{2t-2} - \omega_{12}\delta_{11}X_{2t-3} + (\delta_{11} + \delta_{12})n_{t-1} - \delta_{11}\delta_{12}n_{t-2}$$

وبتعويض قيم المعلومات يكون:

$$n_t = Y_t + 0.079 Y_{t-1} - 0.285 Y_{t-2} + 0.437 X_{1t} - 0.966 X_{1t-1} + 0.372 X_{1t-2} + 0.336 X_{2t-1} + 0.442 X_{2t-2} + 0.143 X_{2t-3} - 0.079 n_{t-1} - 0.285 n_{t-2}$$

4.8 تقدير انموذج دالة التحويل DISO

وبعد مطابقة السلسلة (n_t) بالانموذج $ARIMA(p_n, 0, q_n)$ تبين ان السلسلة (n_t) تخضع للانموذج $ARIMA(1,0,0)$. وعند استخدام الاسلوب التقاربي لطريقة المربعات الصغرى غير الخطية لتقدير الانموذج النهائي تم الحصول على نتائج التقدير الاتية:

جدول (7) مقدرات الانموذج النهائي (DISO) للسلاسل (X_{1t}) ، (X_{2t}) و (Y_t) باستخدام اسلوب التقارب لطريقة المربعات الصغرى غير الخطية

Rep.	ω_{01}	ω_{11}	δ_{11}	ω_{02}	ω_{12}	δ_{12}	ϕ_1	MSE
0	- 0.437	- 0.749	- 0.575	- 0.336	0.249	0.496	0.609	3.53917E+15
1	- 0.252	- 0.525	- 0.406	- 0.236	0.249	0.493	0.659	3.02869E+15
2	- 0.210	- 0.510	- 0.332	- 0.236	0.200	0.494	0.670	2.83249E+15
3	- 0.202	- 0.505	- 0.290	- 0.200	0.190	0.485	0.665	2.71163E+15
4	- 0.205	- 0.501	- 0.190	- 0.196	0.185	0.480	0.660	2.67812E+15
5	- 0.205	- 0.400	- 0.185	- 0.196	0.175	0.470	0.660	2.43448E+15
6	- 0.204	- 0.302	- 0.175	0.194	0.165	0.450	0.654	1.81848E+15
7	- 0.205	- 0.100	- 0.165	0.195	0.155	0.400	0.655	1.71556E+15
8	- 0.205	- 0.099	- 0.155	0.195	0.100	0.301	0.658	1.54172E+15
9	- 0.204	- 0.099	- 0.100	0.195	0.101	0.200	0.661	1.52606E+15
10	- 0.205	- 0.099	- 0.101	0.196	0.101	0.201	0.660	1.52606E+15

$$Y_t = \frac{(-0.205 + 0.099B)}{(1 + 0.101B)} X_{1t} + \frac{(0.196 - 0.101B)}{(1 - 0.201B)} X_{2t-1} + \frac{a_t}{(1 - 0.660B)}$$

وان متوسط مربعات الخطأ للانموذج (MSE = 1.56961E+15).

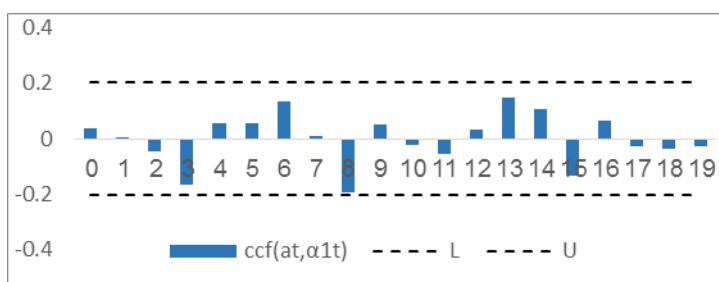
5.8 اختبار ملائمة الانموذج (DISO)

1.5.8 اختبار استقلالية سلسلة البواقي (a_t)

بعد ان تم حساب معاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي فقد تم استخدام اختبار بوكس - بيرس (Box - Pierce) للتحقق من عشوائية واستقلالية سلسلة البواقي فكانت قيمة (χ^2) المحسوبة (11.286) وهي اقل من قيمتها الجدولية بدرجة حرية (18) ومستوى معنوية (0.05) المساوية الى (28.87) فهذا يعني ان سلسلة البواقي عشوائية .

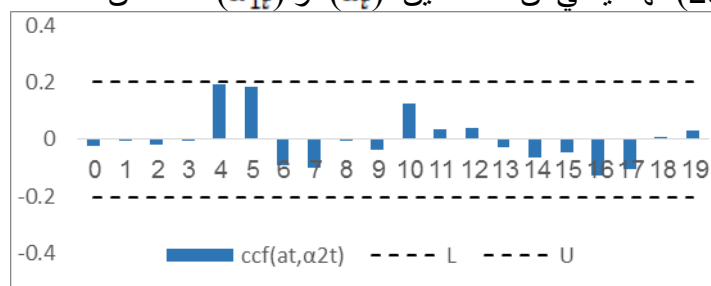
2.5.8 اختبار استقلالية السلسلتين (a_t) و (a_{1t})

تم اجراء هذا الاختبار من خلال تحليل معاملات دالة الارتباط المتقاطع بين السلسلتين (a_t) و (a_{1t}) . وتأسيساً على ذلك تم رسمها في الشكل (4). ويتبين من خلال الشكل ان هذه المعاملات تقع داخل حدي الثقة (± 0.204) وبذلك فهي تعد غير معنوية . وبعد اجراء اختبار (Box-Pierce) للاستقصاء عن استقلالية هاتين السلسلتين تبين قيمة (χ^2) المحسوبة (14.925) اقل من قيمتها الجدولية بدرجة حرية (18) ومستوى معنوية (0.05) المساوية الى (28.87) فهذا يعني ان السلسلتين (a_t) و (a_{1t}) مستقلتان.



شكل (4) رسم معاملات دالة الارتباط المتقاطع (CCF) بين السلسلتين (a_t) و (a_{1t})
3.6.3.8 اختبار استقلالية السلسلتين (a_t) و (a_{2t})

تم حساب معاملات دالة الارتباط المتقاطع بين السلسلتين (a_t) و (a_{2t}) ومن ثم رسمها في الشكل (5). ويتبين من خلال الشكل ان هذه المعاملات تقع داخل حدي الثقة (± 0.204) وبذلك فهي تعد غير معنوية. وبعد اجراء اختبار (Box-Pierce) للاستقصاء عن استقلالية هاتين السلسلتين تبين قيمة (χ^2) المحسوبة (13.824) اقل من قيمتها الجدولية بدرجة حرية (18) ومستوى معنوية (0.05) المساوية الى (28.87) فهذا يعني ان السلسلتين (a_t) و (a_{1t}) مستقلتان



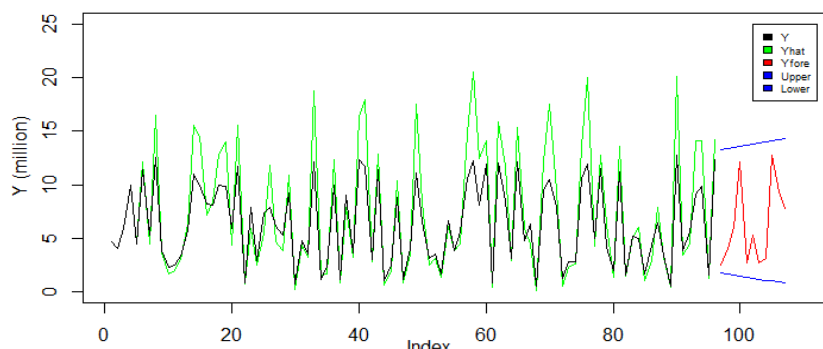
شكل (5) رسم معاملات دالة الارتباط المتقاطع (CCF) بين السلسلتين (a_t) و (a_{2t})
7.3.8 حساب القيم التنبؤية :

تم حساب القيم التنبؤية لقيم عرض النقد (Y_t) لـ (12) شهراً مع الحدين الأدنى والأعلى وكانت النتائج كما في الجدول (8) فضلاً عن ذلك فقد تم رسم القيم الأصلية والتقديرية لسلسلة عرض النقد (Y_t) مع القيم التنبؤية لها و الحدين الأعلى والأدنى باستخدام الانموذج (MISO) كما في الشكل (6).

جدول (8) القيم التنبؤية مع حدي الثقة للسلسلة (Y_t) باستخدام الانموذج MISO

t	Forecast	Lower	Upper
97	2.48185E+07	1.78223E+07	3.98233E+07
98	4.07336E+07	1.68665E+07	1.33144E+08
99	6.00247E+07	1.58401E+07	1.34211E+09
100	1.21550E+08	1.48342E+07	1.35523E+08
101	2.74230E+07	1.38983E+07	1.36762E+08
102	5.24069E+09	1.28561E+07	1.37148E+08
103	2.66082E+07	1.18218E+07	1.38275E+08
104	3.15476E+07	1.08243E+07	1.39497E+08
105	1.27759E+08	9.82160E+06	1.44531E+08

106	9.35024E+07	8.82740E+06	1.41766E+08
107	7.77380E+07	7.82770E+06	1.42831E+08
108	6.67758E+07	6.82350E+06	1.43943E+08



شكل (6) رسم القيم الاصلية والتقديرية للسلسلة (Y_t) مع القيم التنبؤية و الحدين الاعلى والادنى للانموذج (DISO)

وفيما يلي ملخص للنماذج المقدره في الجانب التطبيقي:

جدول (9) نتائج المقارنة بين النماذج (DISO) ، (SISO) و ARIMA مع المعايير (MSE) و (AIC)

	Models	MSE	AIC
1	DISO(X_1 and X_2 as input series)	1.52606E+15	3794.478
2	(X_1 as input series)SISO ₁	1.56981E+15	3797.192
3	(X_2 as input series)SISO ₂	1.53172E+15	3794.834
8	ARIMA(2,0,0) of Y – seies	2.05577E+15	3823.088

6.8 الاستنتاجات :

1. ان سلاسل المدخلات للانموذج (DISO) كانت خالية من التأثيرات الموسمية وهي مستقرة في المتوسط.
2. تبين ان مشاهدات سلاسل المدخلات كانت مستقلة مع بعضها الامر الذي جعل عملية بناء الانموذج (DISO) خالية من تداخل وتقاطع دوال التحويل ومن ثم كانت مراحل الانموذج اقل تعقيداً.
3. ان الارتباط المتقاطع بين السلاسل العشوائية (α_t, β_t) للانموذج كان غير كافٍ في تحديد رتب دوال التحويل الثلاث ، الامر الذي تطلب استخدام طريقة الزاوية (Corner Method).
4. ان نتائج التنبؤ كانت تتناغم مع مشاهدات عرض النقد للاشهر السابقة.
5. من خلال نتائج الجدول (9) يتبين ان الانموذج (DISO) كانت له المرتبة الاولى في الافضلية لكونه اعطى اقل قيمة للمعيارين (MSE) و (AIC) بالمقارنة مع النماذج الاخرى المقترحة، ويليه الانموذج (SISO₂) ثم الانموذج (SISO₁)

7.8 التوصيات :

1. القيام بوضع آلية مقترحة لتشخيص رتبة انموذج دالة التحويل سواء كان احادي المتغيرات ام متعدد المتغيرات غير المستخدمة في الرسالة وذلك في ضوء وجود التأثيرات الموسمية من عدمها.

2. نوصي بدراسة وتطبيق انموذج دالة التحويل متعدد المدخلات – متعدد المخرجات (MIMO).
3. اقتراح تطبيق انموذج دالة التحويل متعدد المتغيرات (DISO) في حالة كون المدخلات مرتبطة (غير مستقلة).
المصادر

- [1] Abdulaziz, G.M., Faith, A.A.S., Ashaikh, A.A. and Salem, A.Z. (2020). A transfer function technique for modelling Sudanese agricultural exports, *International Journal of Current Research*, 12 (9), 13699-13705.
[2] Box G. E. P, Jenkins G. M. and Reinsel G. C. (2008) *Time Series Analysis Forecasting and Control Fourth Edition* (New Jersey: John Wiley & Sons, Inc).
[3] Ding, F., Chen, H. and Li, m.(2007).” Multi-innovation least squares identification methods based on the auxiliary model for MISO systems”, *Applied Mathematics and Computation* Vol. 177, PP 658-668. *J. Service Science & Management*, 3: 91-97.
[4] Liu, L-M.(1991).” Use of Linear Transfer Function Analysis in Econometric Time Series modelling“, *Statistica sinica*, no.1, pp 503-525.
[5] Nwafor, G.O, Etuk. E.H., Emeka, A. (2018). Multivariate transfer function modeling: an application, *Research Journal of Mathematics*. Vol. 5(5), 2349-5375
[6] Olason, T. and Edgar, W.(1986).” Multivariate Transfer Function-Noise Model of River Flow for Hydropower Operation”, *Nordic Hydrology*, 17, PP. 185-202.
[7] Otok BW and Suhartono. Development of rainfall forecasting model in Indonesia by using ASTAR, Transfer function and ARIMA methods. *European journal of scientific research*. 2009;38:386-395.
[8] Wei, W. W. S. (2006) *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods Second Edition* (Boston: Pearson Education, Inc.).

Using the two-input Transfer Function (DISO) in Financial Time Series

NazarWaleed Jassam

Dr. Jawad KadhimKhudhair

nazarusa@uomustansiriyah.edu.iq

jwad_k@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract:

In most studies of time series analysis, it is noted that most models that are described by one variable may not give accurate future predictions for the series studied, due to lack of attention to their relationship with external indicators of other time series associated with them, as is the case in multiple regression models. Due to the importance of this type of model because it combines the dynamic property of time series with the causal property of multiple regression models, and accordingly, transfer function models were applied with binary inputs and single outputs for monthly observations that include three time series to predict one of the financial indicators (money supply) with two series of inputs (loans). And advances) and (private sector debt). In this research, an alternative method was used to diagnose the ranks of the transfer functions based on the Corner Method. It turned out that the ranks of the transfer functions were $TF_1(1,0,1)$ and $TF_2(1,1,1)$

For the purpose of investigating the accuracy of the model (DISO) matching the data, three other models were applied to the aforementioned data for comparison. Two of them are related to the single-input-single-output (SISO) transfer function models, in addition to the ARIMA model. The application results showed the preference of the (DISO) model because it gave the lowest value for the two criteria (MSE) and (AIC) compared to other models.

Keywords: Transfer Function Model, Bivariate Time Series , Corner Method.