مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

مقارنة دقة الانموذج الاسي المكاني باستعمال طريقة تحسين مقترحة

امين حسين هادي جاسم (1) أ.د. سهاد علي شهيد مجيد (2)
(قسم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، الجامعة المستنصرية)
ameenhusseinh94@gmail.com
dr.suhadali@uomustansiriyah.edu.iq
07710090384

مستخلص البحث:

شكلت النماذج المكانية أهمية كبيرة في دراسة العلاقات المكانية والظواهر الاقتصادية والجغرافية، ونتيجة لتلك الأهمية تم تسليط الضوء من قبل الباحثين في تطوير نمذجة البيانات مكانياً وبما يتوافق مع أسس وفرضيات تلك النماذج، وانتشر استعمالها في العديد من المجالات والتطبيقات.
ومن النماذج المكانية المنتشرة الاستخدام هو انموذج الانحدار الذاتي المكاني (SAR)، لكن من عيوب هذا الأنموذج انه يحتاج الى توفر شروط وافتراضات خاصة به وقيود على معلماته لتحقيق الاستقرارية، لذا ظهر انموذج المصفوفة الاسية المكانية الموصوف The Matrix Exponential Spatial Specification Model (MESS) يتجاوز القيود المفروضة، والذي يمتاز ببناء مصفوفة التجاورات المكانية على شكل مصفوفة اسية، وتم اقتراح طريقة جديدة لتحسين دقة التنبؤ من خلال استعمال الية لحساب مصفوفة الأوزان المكانية الاسية تسمى (طريقة التحليل الطيفي)، كما تم حساب مصفوفة الاوزان الاسية المكانية بالاعتماد على طريقتين (طريقة متسلسلة تايلور، والطريقة المقترحة)، كما تم تقدير معلمات الانموذج باستخدام طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية (QML)، وتم إجراء المحاكاة لثلاثة احجام من العينات هي (35، 75، 150)، وتم تصميم برنامج في لغة البرمجة R لحساب المصفوفة الاسية وتقدير معلمات الأنموذج، وبينت النتائج انه عند استخدام المصفوفة الاسية المكانية وفقاً للطريقة المقترحة هي الأفضل عند جميع حجوم العينات ومستوى التباين المختلف مقارنة بطريقة متسلسلة تايلور.

الكلمات المفتاحية: المصفوفة الاسية المكانية، الإمكان الأعظم الكَاوسية، آلية تحسين مقترحة، خاصية الاستقطار، المتجهات المميزة.

ملاحظة : البحث مستل من اطروحة دكتوراه

1. المقدمة

تمتاز النماذج والظواهر المكانية بأهميتها في العلوم الجغرافية والجيولوجية والبيئية، اذ تعد تلك الظواهر جزءا اساسياً في علاقة المكان والزمان والمجتمع والبيئة، لذلك تم إيلاء الكثير من الاهتمام لاستكشاف الأنماط المحلية في البيانات المكانية، وتمتاز النماذج المكانية الحديثة بمزايا مهمة من خلال فهم العلاقات المكانية والتغيرات المكانية، اذ تستخدم تقنيات متقدمة مثل (تحليل البيانات الكبيرة Big- Data، والتعلم العميق Deep Learning، والذكاء الاصطناعي Artificial Intelligence) لاستخلاص الانماط والتفاصيل الهامة من البيانات المكانية. ومن أنواع النماذج المكانية انموذج المصفوفة الاسية المكانية الموصوف The Matrix Exponential Spatial Specification Model (MESS) وهو بديل لنماذج التأثير المكاني إذ يتم في هذا الانموذج صياغة الاعتمادية المكانية من خلال مصفوفة اسية، وتم استعمال هذا الانموذج لفهم العلاقات المكانية في البيئة الطبيعية والتغيرات المكانية في النظم البيئية، وجاءت نماذج المصفوفة الاسية المكانية الموصوفة MESS

لحل المشاكل الرئيسة التي تواجه الابحاث الحالية في مجال النماذج المكانية والتي اهمها التعامل مع البيانات الكبيرة والمتنوعة، ويتميز انموذج المصفوفة الاسية المكانية الموصوف MESS بقدرته على توضيح العلاقات المكانية المعقدة والتأثيرات المتبادلة بين الوحدات المكانية، إذ يعتمد الانموذج على فكرة تمثيل البيانات المكانية في صورة مصفوفة، إذ يتم تمثيل كل وحدة مكانية بصف وكل وحدة مكانية اخرى بعمود.

1.1الدراسات السابقة

في عام 2015 قدم الباحثون (Debarsy, Jin and lee) [4] بحثاً تناولوا فيه خصائص العينات الكبيرة للمصفوفة الأسية المكانية مع التطبيق على الاستثمار الأجنبي المباشر، اذ تم مقارنة الخصائص للمصفوفة الاسية المكانية (MESS) مع خصائص انموذج الانحدار الذاتي المكاني (SAR)، اذ ان حدّ الخطأ العشوائي في انموذج المصفوفة الاسية المكانية يكون لاخطي Non-Linear وفقاً لمتغير الاستجابة، وتم استعمال طريقتي الإمكان الأعظم الگاوسية (QML) والعزوم المعممة (GMM) للتقدير، واستنتجوا ان طريقة العزوم المعممة (GMM) هي أفضل في التقدير من طريقة الامكان الاعظم الگاوسية، كما تم استعمال محاكاة مونتي كارلو.

وفي العام نفسه قدم الباحثان (Piribauer and Fischer) [11] بحثاً عن الانموذج غير المؤكد Model uncertainty للمصفوفة الاسية المكانية للبيانات الطولية، اذ استخدما انموذج داربين المكاني Spatial Durbin Model (SDM) وتم تقدير الانموذج باستخدام منهجية بيز، وان المشكلة غير المؤكدة للأنموذج تنشأ من عدة مصادر، أولاً: يعد اختيار المتغيرات المناسبة أمراً صعباً في تجارب نماذج النمو الاقتصادي Economic growth والتي قد تعني تحيزاً لبعض المتغيرات المحذوفة، وإدخال مجموعة أكبر من المتغيرات بوجود مشاكل الاقتصاد القياسي مثل عدم التجانس أو العلاقة الخطية المتعددة Multicollinearity، كما ينشأ المصدر الثاني للمشكلة غير المؤكدة للأنموذج في الانموذج المكاني، واظهرت نتائج المحاكاة أن النماذج الأسية لمصفوفة داربين المكانية Spatial Durbin Matrix Exponential Models يمكن أن تنتج تقديرات واستنتاجات مماثلة لتلك النتائج المحسوبة من نماذج داربين المكانية SDM التقليدية.في عام 2019 قدم الباحثون (Zhang, Feng and Jin) [14] دراسة تم فيها تقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية (MESS) لبيانات panel بوجود التأثير الثابت fixed effects للمعلمات وخاصية عدم تجانس التباين heteroskedasticity باستخدام طريقة الامكان الاعظم الگاوسية (QML)، وتوصلت الدراسة ان مقدرات طريقة الامكان الاعظم الگاوسية هي متسقة consistent وتمتلك الخصائص التقاربية الطبيعية asymptotically normal.في عام 2021 قدم الباحثون (Yang, Doğan and Taşpınar) [12] بحثاً عن تقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية (MESS)، وتم استخدام انموذج المصفوفة الاسية المكانية بدلاً عن انموذج الانحدار الذاتي المكاني SAR، وتم استعمال طرائق تقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم الگاوسية (QML) وطريقة العزوم المعممة (GMM) ومنهجية بيز وطريقة ضرب متجهات المصفوفة (The matrix-vector products method) التي تستند الى اقتطاع متسلسلة تايلور لأنموذج المصفوفة الاسية المكانية للطرائق الثلاث (طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم المعممة ومنهجية بيز)، وتم دراسة المحاكاة لمونتي كارلو وتم التطبيق العملي على بيانات الانتخابات الرئاسية الامريكية عام 1980، وتوصل الباحثون ان افضل طريقة لتقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية هي طريقة ضرب متجهات المصفوفة وذلك لأنها ذات كفاءة حسابية عالية وسهلة في تطبيقها.في عام 2023 قدم الباحثون (Yang, Dogan, Taspinar and Jin) [13]

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

مراجعة لنماذج المصفوفة الاسية المكانية القطعية، وتم تقدير الانموذج باستخدام (طريقة تقدير-M، وطريقة تقدير الامكان الاعظم الكَاوسية (QML)، وطريقة تقدير العزوم المعممة (GMM)، ومنهجية بيز)، وتم استعمال المحاكاة لاختيار افضل طرائق التقدير، وتم اقتراح طريقة تقدير M للنماذج التي تحتوي على أخطاء غير ثابتة (مشكلة عدم تجانس التباين)، واثبتت الدراسة أن مُقدّر M يكون متسقاً ومتقارباً طبيعياً Consistent And Asymptotically Normal مقارنة بالطرائق المذكورة اعلاه.

2. مفهوم الاعتماد المكاني

الاعتماد المكاني هو محاولة لإيجاد معادلة انحدار يدخل البعد المكاني في توصيف الانموذج (احداثيات موقع)، او بمعنى اخر الاعتماد المكاني لمجموعة من عينات البيانات يشير ان المشاهدات في الموقع (i) تعتمد على المشاهدات في الموقع(j)، ويمكن صياغة انموذج الانحدار المكاني وفقاً للصيغة (1) وكالاتي: [8]

$$y_i = f(y_i) + x_i B + \epsilon_i \qquad , i = 1,2,\dots,n \qquad \dots (1)$$

إذ ان:- (y): هو متجه يحتوي على n من المشاهدات لمتغير الاستجابة كل منها مرتبط بمنطقة معينة، و$f(y_i)$: دالة ربط لانموذج شبه معلمي، و(X): تمثل مصفوفة حجمها $(n * k)$ من المتغيرات التوضيحية (k) لكل منطقة، و(β): متجه المعلمات المرتبطة بكل متغير توضيحي، و(ϵ): متجه الاخطاء ويتوزع توزيعاً طبيعياً $\epsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$، وعند تحليل البيانات وتجاهل الاعتماد المكاني يمكن ان يؤدي الى ضعف الطرائق الإحصائية في تقدير الانموذج قيد الدراسة، بالتالي يقودنا الى استنتاجات غير دقيقة. [2]

3. التجاورات المكانية والاوزان المكانية

التجاورات المكانية هي العلاقة المكانية بين مناطق مختلفة، وتعبر عن الاقتراب الجغرافي او الاحتمالية العالية لوجود تأثير مكاني مشترك بين المناطق المتجاورة، ان تحديد التجاورات المكانية هو عنصر مهم في حساب التحليل المكاني واستخدام البيانات المكانية، وتوجد عدة معايير لحساب التجاورات المكانية، وتختلف بحسب الطريقة المستخدمة ومن اهم تلك الطرائق: [8]

1.3 مصفوفة التجاور المكانية والاوزان المكانية

هي مصفوفة من مصفوفات الاوزان المكانية ويتم تكوينها من خلال معيار التجاور بين الوحدات المكانية وهي مصفوفة مربعة وغير متماثلة وابعادها $(n * n)$، فإذا كانت قيمة التجاور المكاني $C_{ij} = 1$ فأن المشاهدة (i) هي مجاورة للمشاهدة (j)، اما في حالة قيمة التجاور المكاني $C_{ij} = 0$ فأن المشاهدة (i) هي غير مجاورة للمشاهدة (j)، اذ ان C_{ij} يقيس وجود او عدم وجود الارتباط بين المشاهدتين (i) و (j) بشرط ان $(i \neq j)$. ولبناء مصفوفة التجاور المكانية تم استخدام معيار تجاور كوين (بيدق الملكة) وكالاتي: [2، 9]

1- **طريقة تجاور كوين (بيدق الملكة) Queen Contiguity:** ويتم بناؤها عندما تكون قيمة العنصر واحد للمنطقتين (i, j) المتجاورتين بحدود مشتركة في جميع الاتجاهات وكذلك مع قمة مشتركة لمنطقة الاهتمام، اذ ان المنطقتين (i, j) تكونان متجاورتين إذا كان التجاور في جزء من الحدود المشتركة. ولتحديد الاعتمادية المكانية من خلال استخدام مصفوفة الاوزان المكانية، وهناك عدة طرائق لتقدير بنية الاعتماد المكاني بين المشاهدات من بينها استخدام مصفوفة الاوزان المكانية،

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

اذ ان مصفوفة الوزن المكاني يرمز لها بالرمز W وهي مصفوفة مربعة ابعادها $(n * n)$ اذ ان (n) هي عدد المشاهدات، ومن خصائص هذه المصفوفة: $W_{ij} = 0$ إذا كان(i) و (j) غير متجاورة مكانياً، ويكون $W_{ij} \neq 0$ إذا كان(i) و (j) متجاورة مكانياً، وقد جرت بعض التحسينات على مصفوفة التجاورات المكانية Spatial Contiguity Matrix، ومن اهمها هو ما يدعى بمعيارية الصف (Row-Standardization) اذ ان كل صف في هذه المصفوفة يساوي واحداً وتسمى هذه المصفوفة بمصفوفة الاوزان المعدّلة، وان مصفوفة الاوزان المكانية غير متماثلة (Not Symmetric) وان عناصر القطر الرئيسي مساوية للصفر، وان صيغة المصفوفة تكون كالاتي: [3]

$$W_{ij}^{Adj} = \begin{Bmatrix} \frac{w_{ij}}{\sum w_{ij}} & i\, neighbor\, j & 0 < W_{ij}^{Adj} \leq 1 \\ 0 & otherwise & \end{Bmatrix} \quad \ldots(2)$$

4. المصفوفة الاسية المكانية The Matrix Exponential Spatial

قدّمت هذه التقنية من قبل الباحثين (Lesage and Pace) عام 2007 من خلال اقتراح انموذج مكاني يتغلب على هذه المشكلات العددية في احتساب المعلمات، وتعد حالة خاصة للمقترح الذي قدمه الباحث (Chin etal) عام 1996، اذ تم التعبير عن مصفوفة التغاير المشترك (Covariance Matrix) كدالة اسية مطبقة على مصفوفة معينة، الميزة الاساسية لهذا الاقتراح هو انه يضمن ان تكون مصفوفة التغاير محددها موجب (Positive definite) بشكل مؤكد.

وعند مقارنة انموذج (MESS) مع انموذج (SAR) فإن انموذج (MESS) يتميز باستقراريته (Stationary)، اذ لا يعتمد على فضاء معلمة مفروضة (مقيد) به، وان الاختلاف بين انموذج الانحدار الذاتي و انموذج المصفوفة الاسية في نوع التناقص (decay) في الاعتماد المكاني، اذ ان المصفوفة الاسية المكانية (MESS) تستخدم التناقص الاسي (Exponential decay) للاعتماد المكاني بين الوحدات المكانية، بينما انموذج الانحدار الذاتي المكاني (SAR) يستخدم التناقص الهندسي (Geometrical decay) للاعتماد المكاني بين الوحدات المكانية، ويتم تعريف المصفوفة الاسية باستخدام المتسلسلة اللانهائية [3،4]

$$S(\alpha) = e^{\alpha W} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{\alpha^t W^t}{t!}$$

$$= I + \alpha W + \frac{\alpha^2}{2} W^2 + \frac{\alpha^3}{3} W^3 + \cdots + \frac{\alpha^t}{t} W^t \quad \ldots(3)$$

إذ ان:- α: هي معلمة قياس تقيس قوة الاعتماد المكاني وتكون بين $(-\infty, \infty)$.

W: هي مصفوفة الاوزان المكانية وهي غير سالبة (Non-Negative)، وعندما $w_{ij} > 0$ فأن المشاهدة (j) هي جار للمشاهدة (i).

ومن خصائص المصفوفة S هي: [3،11]

1- $|S|$ *is positive definite and nonsingulare.*

2- $S^{-1} = (e^{\alpha W})^{-1} = e^{-\alpha W}$

3- $|e^{\alpha W}| = e^{tr(\alpha W)}$

1.4 أنموذج المصفوفة الاسية المكانية الموصوف (MESS)

انموذج الانحدار باستخدام المصفوفة الاسية هو: [12]

$$e^{\alpha W_n}\underline{y_n} = X_n\underline{\beta} + e^{-\tau M_n}\underline{\epsilon_n} \qquad \dots(4)$$

حيث ان:-

y_n: متجه متغير الاستجابة ابعاده $(n \times 1)$ ، وان $y_n = (y_{n1}, \dots, y_{nn})'$.

X_n: هي مصفوفة ابعادها $(n \times k)$ من المتغيرات الخارجية exogenous.

β: متجه المعلمات ابعاده $(k \times 1)$.

W_n: مصفوفة الاوزان المكانية المرتبطة بمتغير الاستجابة، وابعادها $(n \times n)$ وعناصر القطر فيها تساوي صفر.

M_n: مصفوفة الاوزان المكانية المرتبطة بحدّ الخطأ العشوائي، وابعادها $(n \times n)$ وعناصر القطر فيها تساوي صفر.

α: معلمة قياس الاعتماد المكاني الاسي المرتبطة بمتغير الاستجابة.

τ: معلمة قياس الاعتماد المكاني الاسي المرتبطة بالخطأ العشوائي.

ϵ_n: عبارة عن متجه الخطأ العشوائي ابعاده $(n \times 1)$ ، وان $\epsilon_n = (\epsilon_{n1}, \dots, \epsilon_{nn})'$.

وان المصفوفتين W_n و M_n قد تكونان متشابهتين او مختلفتين استناداً لكون الانموذج ذا تباين متجانس Homogenous او يعاني من مشكلة عدم تجانس التباين heterogeneity، اذ ان المصفوفة الاسية لكل من $e^{\alpha W_n}$ و $e^{\tau M_n}$ تكون قابلة للانعكاس (invertible) وان المعكوس لهما هو: $e^{-\alpha W_n}$ و $e^{-\tau M_n}$، بالتالي فان الانموذج المختزل يكون وفقاً للصيغة الاتية: [4]

$$\underline{y_n} = e^{-\alpha W_n}X_n\underline{\beta} + e^{-\alpha W_n}e^{-\tau M_n}\underline{\epsilon_n} \qquad \dots(5)$$

اما الافتراضات الخاصة بأنموذج المصفوفة الاسية المكانية عند تجانس التباين فهي: [12]

1- حد الخطأ العشوائي ϵ_n يتوزع توزيعاً متماثلاً مستقلاً (i,i,d) بمتوسط صفر وتباين σ^2،

2- يفترض ان x_n عبارة عن ثوابت ذات حدود منتظمة (Uniformly Bounded)، كما ان x_n ذات رتبة كاملة، وهي غير مفردة (nonsingular)، اي ان:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}X_n'X_n \qquad \text{(exist)}$$

3- الأقطار الصفرية (zero diagonal) لمصفوفتي الاوزان المكانية W_n و M_n تكون محددة بالقيمة المطلقة وفقاً لشروط معيارية الصف Row-Normalized، اي ان $\|W_n\|$ و $\|M_n\|$ أكبر من الصفر وموجبة.

5. الطريقة المقترحة لتحسين دقة التنبؤ لأنموذج MESS

تم اقتراح منهجية التحليل الطيفي لتحسين عملية حساب مصفوفة الاوزان الاسية المكانية، وهي طريقة رياضية تستعمل بشكل فعّال لحساب المصفوفات الاسية وتقليل وقت حساب العمليات الحسابية على المصفوفات الاسية. تعد طريقة التحليل الطيفي احدى الطرائق الرياضية القوية لتحليل المصفوفات الاسية، اذ تسمح لنا بتحديد المكونات الرئيسية للتنوع في البيانات وفهم العلاقات بين مختلف المتغيرات، اذ يتم من خلالها تحديد عدد المكونات الرئيسية من خلال فحص القيم المميزة (Eigen Values) كما ان رسم المتجهات المميزة (Eigen Vector) يعطي تصوراً لاتجاه كل مكون رئيسي

من حيث العلاقات المكانية المختلفة، ومن الملاحظات المهمة في استخدام طريقة التحليل الطيفي لأنموذج المصفوفة الاسية المكانية:[1]

1- المتجهات المميزة السالبة في التحليل المكاني تشير الى المناطق التي تتميز بنسب منخفضة في الظاهرة المدروسة، اما المتجهات المميزة الموجبة تشير الى المناطق التي تتميز بنسب عالية من الظاهرة المدروسة.

2- اما بالنسبة للقيم المميزة فهي تمثل التباين الذي يتم تفسيره بواسطة كل قيمة ذاتية، اذ كلما كانت قيمة (Eigen Value) أكبر كان المتجه المميز (Eigen Vector) المقابل له أكثر اهمية في تفسير الظاهرة المدروسة، وتشير بالتالي القيم المميزة السالبة الى اوجه الانماط المكانية للوحدات المشاهدة، اما في حالة التحليل الطيفي المكاني فأن استخدام القيم المميزة لتحديد المناطق التي تتميز بأعلى تباين في المتغير الذي يتم دراسته.

3- في حالة المصفوفة الاسية المكانية التي تمثل اوزان المناطق المتجاورة للظاهرة المدروسة تشير القيمة المميزة الاولى الى ان المتجه الذاتي الاول يفسر النسبة الاعلى من التباين في البيانات، وهذا يعني ان المتجه الذاتي الاول هو الاكثر اهمية في تفسير البيانات.

ولكي نستطيع استخدام الطريقة المقترحة ينبغي تحقيق الشروط الاتية: [5]

الشرط 1: يجب ان تتوزع البيانات توزيعاً طبيعياً، ويمكن اجراء تحويل للبيانات لكي يتم تقريب البيانات للتوزيع الطبيعي كما يتطلب التحليل وجود استقلالية بين المتغيرات المدروسة.

الشرط 2: - ان تكون مصفوفة التجاورات المكانية متماثلة Symmetric.

- مصفوفة الاوزان المكانية تحقق خاصية (normalize) (المعيارية) اي ان يكون مجموع كل صف من مصفوفة الاوزان المكانية مساوياً للواحد.

- Positive Definite موجبة بشكل مؤكد (يجب ان تكون جميع قيم مصفوفة الاوزان المكانية موجبة او مساوية للصفر).

ولحساب القيم المميزة والمتجهات المميزة يتم وفقاً للاتي: [1]

1- يتم حساب القيم المميزة لمصفوفة الاوزان المكانية من خلال الصيغة الاتية:

$$|\lambda I_n - W| = 0 \qquad \ldots(6)$$

إذ ان:- λ: هي القيم المميزة للمصفوفة A المراد ايجادها، و I_n: هي مصفوفة الوحدة (Identity matrix)، W: هي مصفوفة الاوزان المكانية.

2- حساب المتجهات المميزة من خلال الصيغة الاتية:

$$(\lambda I_n - W)\underline{F} = 0 \qquad \ldots(7)$$

إذ ان:- F: قيمة المتغيرات للظاهرة المدروسة المراد ايجادها بعد تعويض قيم λ، والصيغة الاساسية لطريقة التحليل الطيفي يجب ان تخضع لخاصية الاستقطار (Diagonalization)، اي ان:

$$A = DBD^{-1} \qquad \ldots(8)$$

إذ ان:- D: مصفوفة مربعة اعمدتها تمثل قيم المتجهات المميزة Eigen Vectors التي تم الحصول عليها من المعادلة (7)، و B: مصفوفة قطرية مربعة، عناصر القطر الرئيسي تمثل قيم الجذور المميزة (Eigen Values) التي تم الحصول عليها من المعادلة (6)، وبالتالي فأن مصفوفة الاوزان المكانية الاسية ستكون كالاتي: [10]

$$e^A = Se^B S^{-1} \qquad \ldots(9)$$

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

كما ويشترط ان تكون (D) غير مفردة Nonsingular اي ان المحدد لها لا يساوي صفراً $(|S| \neq 0)$، ولتقدير الانموذج (MESS) سيتم اعتماد طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية في تقدير معلمات الانموذج.

6. تقدير أنموذج المصفوفة الاسية المكانية باستعمال طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية (QML)

تم اقتراح هذه الطريقة من قبل الباحث Robert Wedderburn عام 1974، وهي طريقة لتقدير معلمات الانموذج الاحصائي وتتكون عن طريق تعظيم دالة الامكان اللوغاريتمية، وتستخدم عندما تكون طريقة الامكان الاعظم الاعتيادية (MLE) غير مجدية من الناحية الحسابية، اذ انها تعطي مقدرات متسقة ومتقاربة طبيعياً Consistent and Asymptotically Normal.
وفي عام (2010) قام الباحثان (Lee and Ya) بتطوير هذه الطريقة لتقدير انموذج (SAR)، اذ تتيح طريقة (QML) مقدرات متسقة حتى بغياب التوزيع المرغوب به (التوزيع الطبيعي). [7]
وبافتراض ان الخطأ ϵ_n يتوزع توزيعاً متماثلاً مستقلاً (i,i,d) بمتوسط صفر وتباين σ^2، ومن خلال المعادلة (5) فان دالة الإمكان الاعظم الكَاوسية اللوغاريتمية لأنموذج MESS(1,1) ستكون كالاتي: [12 -14]

$$lnL(\theta) = -\frac{n}{2} ln(2\pi\sigma^2) + ln|e^{\alpha W_n}| + ln|e^{\tau M_n}| - \frac{1}{2\sigma^2}(e^{\alpha W_n} y_n - X_n\beta)' e^{\tau M_n'} e^{\tau M_n} (e^{\alpha W_n} y_n - X_n\beta) \quad \dots(10)$$

عندما $\theta = (\acute{\beta}, \sigma^2, \gamma)'$، وان $\gamma = (\alpha, \tau)'$.
بما ان العناصر القطرية للمصفوفتين W_n و M_n هي اصفار فإن $\ln|e^{\alpha W_n}| = \ln(e^{\alpha tr(W_n)}) = 0$ و $\ln|e^{\tau M_n}| = \ln(e^{\tau tr(M_n)}) = 0$، ولهذا فإن حد الجاكوبيان Jacobian يحذف، ودالة الإمكان الأعظم الكَاوسية اللوغاريتمية ستكون كالاتي:

$$Q_n(\theta) = \ln L(\theta) = -\frac{n}{2} ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2}(e^{\alpha W_n} y_n - X_n\beta)' e^{\tau M_n'} e^{\tau M_n} (e^{\alpha W_n} y_n - X_n\beta) \quad \dots(11)$$

ولتقدير المعلمات في الانموذج لابد من الحصول على التقديرات الابتدائية (Initial Values) للمعلمات $\theta = (\beta', \sigma^2, \gamma)'$ وان $\gamma = (\alpha, \tau)'$ ويتم وضع قيم ابتدائية للمعلمات بناءً على افتراض الباحث والتي تم اعتمادها في دراسات سابقة وتقوم هذه القيم بتحقيق شرط الاستقرارية (Stable) للأنموذج، وباشتقاق المعادلة (2-30) لكل من $\theta = (\beta', \sigma^2, \gamma)'$ وان $\gamma = (\alpha, \tau)'$ وكالاتي:

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \theta}=\begin{pmatrix}\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta}\\ \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \sigma^2}\\ \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \alpha}\\ \frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \tau}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{\sigma^2}X_n{}^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}\epsilon_n\\ -\frac{n}{2\sigma^2}+\frac{1}{2\sigma^4}\epsilon_n{}^{\prime}\epsilon_n\\ -\frac{1}{\sigma^2}y_n{}^{\prime}e^{\alpha W_n{}^{\prime}}W_n{}^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}\epsilon_n\\ -\frac{1}{\sigma^2}\epsilon_n{}^{\prime}M_n\epsilon_n\end{pmatrix} \quad \dots(12)$$

ومن خلال المعادلة (12) ومساواة مشتقة المعلمة β بالصفر $\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \beta}=0$ وضرب الطرفين بـ (-1) والتعويض عن $\epsilon_n=e^{\tau M_n}(e^{\alpha W_n}y_n-X_n\beta)$ نحصل على مقدر $\hat{\beta}$ كالاتي:

$$\hat{\beta}_n(\gamma)=\left(X_n{}^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n}X_n\right)^{-1}X_n{}^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n}e^{\alpha W_n}y_n \quad \dots(13)$$

ومن خلال المعادلة (12) ومساواة مشتقة معلمة التباين σ^2 بالصفر $\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \sigma^2}=0$ والتعويض عن $\epsilon_n=e^{\tau M_n}(e^{\alpha W_n}y_n-X_n\beta)$ نحصل على:

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}(e^{\alpha W_n}y_n-X_n\beta)^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n}(e^{\alpha W_n}y_n-X_n\beta) \quad \dots(14)$$

بتعويض مقدر $\hat{\beta}_n(\gamma)$ من المعادلة (13) في المعادلة (14) فينتج:

$$\hat{\sigma}^2(\gamma)=\frac{1}{n}y_n{}^{\prime}e^{\alpha W_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n{}^{\prime}}H_n(\tau)e^{\tau M_n}e^{\alpha W_n}y_n \quad \dots(15)$$

اذ ان $H_n(\tau)=I_n-e^{\tau M_n}X_n\left(X_n{}^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n}X_n\right)^{-1}X_n{}^{\prime}e^{\tau M_n{}^{\prime}}$ هي مصفوفة الاسقاط (Projection Matrix).

وبتعويض المعادلة (15) في المعادلة (11) واهمال الحد الثابت فينتج لدينا دالة الامكان الاعظم الكَاوسية اللوغاريتمية المركزة (The concentrated Quasi Maximum log likelihood):

$$Q_n(\gamma)=\ln L^c(\theta)=-\frac{n}{2}ln\left(\hat{\sigma}^2(\gamma)\right)$$
$$=-\frac{n}{2}ln\left(\frac{1}{n}y_n{}^{\prime}e^{\alpha W_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n{}^{\prime}}H_n(\tau)e^{\tau M_n}e^{\alpha W_n}y_n\right) \quad \dots(16)$$

من المعادلة اعلاه فأن $(\hat{\gamma})$ يعد امراً صعباً، وبالتالي يتم استعمال دالة الـ $argmin$ لايجاد القيمة الأمثل لمتجه المعلمات γ وكالاتي:

$$\hat{\gamma}=argmin_{\gamma}\left(y_n{}^{\prime}e^{\alpha W_n{}^{\prime}}e^{\tau M_n{}^{\prime}}H_n(\tau)e^{\tau M_n}e^{\alpha W_n}y_n\right) \quad \dots(17)$$

1.6 خصائص مقدرات طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية

عندما تكون طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية في حالة تجانس التباين Homoscedastic case والخطأ ϵ_n يتوزع توزيعاً متماثلاً مستقلاً (i,i,d) بمتوسط صفر وتباين (σ^2) فإن الاتساق والتقارب الطبيعي لأنموذج MESS كالاتي: [4،6]

1- خاصية الاتساق Consistency: كلما كبر حجم العينة يدل على ان المقدّر يقترب من معلمة المجتمع، ويكون المقدر $(\hat{\theta})$ متسق للمعلمة (θ)، وان المعلمات مشخصة (Identification) تحت الافتراضات الخاصة بأنموذج المصفوفة الاسية المكانية عند تجانس التباين في الفقرة (1.4) والافتراضات الاتية:

4- $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} X_n{}' e^{\tau M_n}{}' e^{\tau M_n} X_n$ تكون موجودة exists وغير مفردة nonsingular، بالإضافة الى ذلك فإن $e^{\tau M_n}{}' e^{\tau M_n}$ يكون محددها موجباً positive definite وتمتلك اصغر جذور مميز eigenvalue موجب.

من خلال معادلة (17) فإن:

$$\overline{Q_n}(\gamma) = E\left(\hat{\gamma}\right)$$
$$= \underset{\gamma}{\arg\min} E\left(y_n{}' e^{\alpha W_n}{}' e^{\tau M_n}{}' H_n(\tau) e^{\tau M_n} e^{\alpha W_n} y_n\right) \qquad \ldots(18)$$

$$\overline{Q_n}(\gamma) = (X_n\beta_0)' e^{(\alpha-\alpha_0)W_n}{}' e^{\tau M_n}{}' H_n(\tau) e^{\tau M_n} e^{(\alpha-\alpha_0)W_n} X_n\beta_0$$
$$+\sigma_0^2 tr\left(e^{-\tau_0 M_n}{}' e^{(\alpha-\alpha_0)W_n}{}' e^{\tau M_n}{}' e^{\tau M_n} e^{(\alpha-\alpha_0)W_n} e^{-\tau_0 M_n}\right) \qquad \ldots(19)$$

إذ إن التشخيص لدالة (γ_0) القيم الابتدائية يمكن ان يحدد من خلال الحد الأدنى لقيم $(\overline{Q_n}(\gamma)/n)$ وان شرط التشخيص يتحقق إذا تم التحقق من أحد الشرطين الآتيين:

$$i - \lim_{n\to\infty} n^{-1}(X_n\beta_0)' e^{(\alpha-\alpha_0)W_n}{}' e^{\tau M_n}{}' H_n(\tau) e^{\tau M_n} e^{(\alpha-\alpha_0)W_n} X_n\beta_0$$
$$\neq 0 \;\; for\ any\ \tau$$
$$and\ \alpha \neq \alpha_0\ (is\ nonsingular)$$

$$ii - \lim_{n\to\infty} n^{-1} tr\left(e^{-\tau_0 M_n}{}' e^{(\alpha-\alpha_0)W_n}{}' e^{\tau M_n}{}' e^{\tau M_n} e^{(\alpha-\alpha_0)W_n} e^{-\tau_0 M_n}\right)$$
$$> 1 \quad for\ any\ \gamma \neq \gamma_0$$

وعند تحقق أحد الشروط عندها يكون اثبات خاصية الاتساق وفقاً للصيغة الاتية:

$$Q_n(\hat{\theta}) - Q_n(\theta) \to 0 \qquad \ldots(20)$$

إذ ان $Q_n(\theta)$ هي دالة الامكان الاعظم الكَاوسية بالقيم الابتدائية و $Q_n(\hat{\theta})$ تمثل دالة الامكان الاعظم الكَاوسية بعد التعويض بالقيم المقدرة للمعلمات وكالاتي:

$$Q_n(\hat{\theta}) = -\frac{n}{2} ln(2\pi\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \epsilon_n' \epsilon_n \qquad \ldots(21)$$

اما التوزيع التقاربي (Asymptotic distribution) لمقدر المعلمات يتم الحصول عليه من خلال نظرية الحد المركزية (Central Limit Theorem) (CLT) بتطبيق الاشتقاق لمتسلسلة تايلور (Taylor) للشرط $\frac{\partial Q_n(\hat{\theta}_n)}{\partial \theta} = 0$ للقيمة الحقيقية θ_0، وهذه المقدرات تمتلك خصائص تقاربية، وان: [12]

$$\sqrt{n}\left(\hat{\theta}_n - \theta_0\right) \xrightarrow{d} N\left(0, \lim_{n\to\infty} C_n^{-1}\Omega_n C_n^{-1}\right)$$

إذ ان:

$$C_n = E\left(\frac{1}{n}\frac{\partial^2 Q_n(\theta_n)}{\partial\theta\partial\theta'}\right) = \frac{1}{n}\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sigma^2}X_n' e^{\tau M_n'} e^{\tau M_n} X_n & 0 & * & * \\ 0 & \frac{n}{\sigma^4} - \frac{1}{\sigma^6}\epsilon_n'\epsilon_n & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sigma^2}\left((e^{\tau M_n}X_n)'\mathbb{W}_n e^{\tau M_n}X_n\beta\right) & 0 & -\frac{1}{2\sigma^2}\left(\sigma^2 tr(\mathbb{W}_n^s\mathbb{W}_n^s) + 2(\mathbb{W}_n e^{\tau M_n}X_n\beta)'(\mathbb{W}_n e^{\tau M_n}X_n\beta)\right) & -\frac{1}{2}tr(\mathbb{W}_n^s M_n^s) \\ 0 & 0 & * & -\frac{1}{2}tr(M_n^s M_n^s) \end{pmatrix}$$

وان C_n له محدد شبه مؤكد موجب positive semi-definite. ويفترض أن يكون C_n غير مفردة nonsingular، وان مصفوفة التباين والتباين المشترك (Var-Cov Matrix) هي:

$$\Omega_n = E\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\frac{\partial Q_n(\theta_0)}{\partial\theta}\frac{\partial Q_n(\theta_0)}{\partial\theta'}\right) = 2\sigma_0^2 C_n + \Omega_{1n} \qquad \dots(22)$$

إذ ان:

$$\Omega_{1n} = \frac{1}{n}\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2\mu_3(e^{\tau_0 M_n}X_n)'vec_D(\mathbb{W}_n^s) & 0 \\ 0 & -\frac{n}{\sigma^4} + \frac{1}{\sigma^4} & 0 & 0 \\ -2\mu_3 vec_D'(\mathbb{W}_n^s)e^{\tau_0 M_n}X_n & 0 & (\mu_4 - 3\sigma_0^4)vec_D'(\mathbb{W}_n^s) + 4\mu_3(\mathbb{W}_n e^{\tau_0 M_n}X_n\beta_0)'vec_D'(\mathbb{W}_n^s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. تجارب المحاكاة Simulation Experiments

تعرف المحاكاة بأنها عملية بناء انموذج افتراضي لنظام معقد او ظاهرة واقعية، وتشغيل هذا الانموذج على مدى فترة زمنية محددة لمحاكاة سلوكه واستجابته لمجموعة محددة من الظروف والتفاعلات، كما تتيح المحاكاة فهم المتغيرات والعلاقات وتحليل تأثيرها على النظام او الظاهرة قيد الدراسة، اذ تتطلب المحاكاة استخدام الحوسبة البرمجية لتنفيذ نماذج المحاكاة وتوليد البيانات اللازمة، وتستخدم المحاكاة لعدة اغراض منها (**تقييم النماذج الإحصائية، دراسة التأثير وتحسين العمليات الحسابية).**

اما مراحل بناء تجارب المحاكاة في دراستنا فتتضمن عدّة مراحل، كالاتي:

المرحلة الاولى: نقوم بتحديد حجم العينة وعدد التكرارات والقيم الافتراضية للمعلمات والتي تعدّ الاساس في المراحل القادمة وكالاتي:

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

- حجم العينة n حيث تم اخذ ثلاثة احجام هي (35، 77، 150)، (تم اختيار الاحجام استناداً الى ابعاد المصفوفة الاسية المكانية).
- تحديد القيم الابتدائية للمعلمات المكانية وكالاتي:

- معلمة التأثير المكاني لمتغير الاستجابة: $\alpha = (-1,-0.5,0.5,1)$.

- معلمة التأثير المكاني لحدّ الخطأ العشوائي: $\tau = (-1,-0.5,0.5,1)$، وتم اختيار القيم الابتدائية للمعلمات المكانية استناداً لدراسات وتجارب سابقة.

- تحديد القيم الابتدائية لمعلمات الانحدار، وكالاتي: $\beta = (1,1,1)$، وتم اختيار القيم استناداً لدراسات وتجارب سابقة.
- تحديد عدد التكرارات لكل تجربة (r=500).
- تحديد قيم الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغيرات التوضيحية والتي ستكون على حالتين:

- **الحالة الاولى:** الوسط الحسابي (1) والتباين (0.5).
- **الحالة الثانية:** الوسط الحسابي (1) والتباين (2).

المرحلة الثانية: حساب مصفوفة الاوزان المكانية، ويتم عن طريق حساب مصفوفة التجاورات المكانية باستعمال معيار تجاور الملكة (Queen) وكما موضحة في الفقرة (3) وبعدها يتم حساب مصفوفة الاوزان المكانية حسب الصيغة (2)، بعد ذلك نقوم بحساب مصفوفة الاوزان المكانية الأسية، وهنالك حالتان لحساب مصفوفة الاوزان المكانية الاسية لأنموذج MESS(1,1) وكالاتي:

1. طريقة متسلسلة تايلور حسب معادلة (3).
2. مصفوفة الاوزان الاسية المكانية وفقاً للطريقة المقترحة حسب معادلة (27).

المرحلة الثالثة: في هذ المرحلة نقوم بتوليد المتغيرات التوضيحية Explanatory variables والخطأ العشوائي Random error ومتغير الاستجابة Response variable، وكالاتي:

- توليد المتغيرات التوضيحية من خلال التوزيع الطبيعي Normal Distribution لثلاثة متغيرات توضيحية بمتوسط µ وتباين σ^2 وحسب الحالتين المذكورتين في المرحلة الاولى وكالاتي: -

- الحالة الاولى: $\underline{X} \sim N(\mu,\sigma_1^2)$، - الحالة الثانية: $\underline{X} \sim N(\mu,\sigma_2^2)$

الهدف هو بيانات الاختلاف كلما زاد تباين العينة المدروسة.

- توليد الخطأ العشوائي من خلال التوزيع الطبيعي المعياري Standard normal distribution بمتوسط صفر وتباين (1)، وكالاتي: $\epsilon_n \sim N(0,1)$
- توليد متغير الاستجابة: توليد متغير الاستجابة من خلال انموذج المصفوفة الاسية المكانية MESS بدلالة المتغيرات التوضيحية وكالاتي:

$$\underline{y_n} = e^{-\alpha W_n} \mathrm{X}_n \underline{\beta} + e^{-\alpha W_n} e^{-\tau M_n} \underline{\epsilon_n}$$

8. النتائج

تم اجراء تجارب المحاكاة (Simulation) استناداً للمراحل السابقة في توليد المتغيرات الأساسية عند حجوم عينات (35، 77، 150)، وتم حساب طريقة الإمكان الأعظم الكاوسية لتقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية الموصوف (المحدد) MESS، كما تم الإشارة لها في الفقرة (6)، اما مصفوفة الاوزان

الاسية المكانية MESS فقد تم حسابها بطريقتين: طريقة متسلسلة تايلور، والطريقة المقترحة، والنتائج كالاتي:

جدول (1) يبين قيم (RMSE) لمقدرات انموذج (MESS) باستخدام طريقة الإمكان الأعظم الگاوسية (QML) وعندما المصفوفة الاسية المكانية محسوبة وفق متسلسلة تايلور والطريقة المقترحة

n			35		77		150	
σ^2	α	τ	QML Taylor	QML Suggest	QML Taylor	QML Suggest	QML Taylor	QML Suggest
0.5	-1	-1	13.8229	3.4453	6.5011	2.6530	7.5733	2.8556
	-0.5	-1	16.4068	2.7269	6.6054	3.4938	5.8496	2.3626
	0.5	-1	4.6007	2.0929	3.2727	2.9548	2.4499	2.8957
	1	-1	10.3489	2.1803	5.8342	3.6800	2.0001	2.4891
	-1	-0.5	15.1278	2.8023	12.6022	3.8659	8.9730	2.1162
	-0.5	-0.5	10.7305	2.2855	8.9699	3.4395	5.9873	2.0789
	0.5	-0.5	14.4111	2.2616	8.8999	3.0861	2.7003	2.8862
	1	-0.5	21.7129	2.0512	7.5042	3.0708	2.3286	2.1551
	-1	0.5	17.2815	2.1767	12.0170	3.3802	8.5914	2.1006
	-0.5	0.5	14.3455	2.5310	16.2359	3.1747	6.2922	2.1291
	0.5	0.5	31.3273	2.3614	17.8173	2.4432	3.5771	2.3351
	1	0.5	15.4012	2.7811	21.1213	2.8064	2.9368	2.4361
	-1	1	30.1263	2.6361	21.7002	3.9400	8.8988	2.1665
	-0.5	1	27.6941	2.3968	17.4244	3.4176	6.6004	3.0709
	0.5	1	28.8042	2.6473	14.6633	2.7356	4.2556	2.3066
	1	1	28.5855	2.4990	25.8044	3.0581	4.2587	2.9596
2	-1	-1	12.7905	4.4908	8.2706	2.8030	7.5175	1.7375
	-0.5	-1	11.2387	9.2209	6.5728	2.8038	5.5757	1.5013
	0.5	-1	14.9844	3.2004	5.6838	3.6687	3.6123	0.6603

	1	-1	12.9875	2.7833	10.3791	2.9544	3.7477	1.0080
	-1	-0.5	11.6010	3.2610	8.2198	0.8771	7.5132	1.2579
	-0.5	-0.5	10.4194	3.2393	7.1968	0.7452	5.3048	0.5881
	0.5	-0.5	8.5060	5.5818	7.2930	1.9681	3.6930	3.2304
	1	-0.5	12.5541	9.0740	9.2229	5.1210	3.7891	1.8765
	-1	0.5	9.0381	7.2482	8.1223	4.7380	8.8530	1.6317
	-0.5	0.5	8.7882	3.0304	8.4189	3.8395	5.6401	3.0616
	0.5	0.5	9.0873	4.5662	8.6481	0.9197	3.5195	1.6082
	1	0.5	23.0155	4.9610	9.4587	3.4599	4.1684	1.2133
	-1	1	7.3103	8.8926	7.1125	0.8393	8.6138	1.8855
	-0.5	1	8.7638	5.7701	7.6714	0.6784	5.3620	0.5176
	0.5	1	14.9040	5.7669	12.5016	1.8998	4.1419	1.7792
	1	1	10.6561	6.2777	10.7077	1.6163	4.2568	1.7422

استناداً لنتائج الجداول (1) وعندما المصفوفة الاسية المكانية محسوبة وفقاً للطريقة المقترحة فقد أعطت أفضل نتائج من حيث اقل (RMSE) مقارنةً بالحالة الأولى من حساب المصفوفة الاسية المكانية وفق طريقة تايلور، وقد حصلت (QML) على نتيجة مثلى من حيث اقل (RMSE) وعند جميع حجوم العينات.

من خلال النتائج في جدول (1) يتضح انه عند تطبيق تجارب المحاكاة ان قيم جذر متوسط مربعات الخطأ (RMSE) تقل عند ازدياد حجم العينة وانخفاض التباين، وعند المقارنة بين حساب المصفوفة الاسية المكانية وفقاً لطريقة تايلور وللطريقة المقترحة فيمكن استخلاص الاتي:

1- عند حجم عينة (35، 77، 150) تبين من خلال جدول (1) ان طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية لتقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية المحسوبة وفقاً للطريقة المقترحة هي أفضل من منهجية بيز لتقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية المحسوبة وفقاً لطريقة متسلسلة تايلور عند مستوى تباين (0.5، 2) وقيم ابتدائية للمعلمات المكانية $(\alpha, \tau = -1, -0.5, 0.5, 1)$.

9. الاستنتاجات Conclusions

اهم الاستنتاجات التي توصل اليها الباحث هي كالاتي:

1- كلما ازداد حجم العينة تناقصت قيم (RMSE) أي تتناسب عكسياً.

2- كلما ازدادت قيم التباين ازدادت معها قيمة (RMSE) أي التناسب طردياً مع قيم التباين.

3- ان طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية لتقدير انموذج المصفوفة الاسية المكانية المحسوبة وفقاً للطريقة المقترحة هي أفضل من طريقة الإمكان الأعظم الكَاوسية لتقدير انموذج المصفوفة الاسية

المكانية المحسوبة وفقاً لطريقة متسلسلة تايلور وعند احجام العينات المختلفة ومستويات التباين المختلفة وقيم المعلمات الابتدائية.**وبهذا فأن المصفوفة الاسية المكانية المحسوبة وفقاً للطريقة المقترحة هي أكثر كفاءة من المصفوفة الاسية المكانية المحسوبة وفق طريقة متسلسلة تايلور.**

10. المصادر

1- Abdi, H. (2007). The eigen-decomposition Eigenvalues and eigenvectors. Encyclopedia of measurement and statistics, 304-308.
2- Anselin, L. (1988). Spatial econometrics: methods and models (Vol. 4). Springer Science & Business Media.
3- Anselin, L., & Bera, A. K. (1998). Introduction to spatial econometrics. Handbook of applied economic statistics, 237.(5)
4- Debarsy, N., Jin, F., & Lee, L. F. (2015). Large sample properties of the matrix exponential spatial specification with an application to FDI. Journal of Econometrics, 188(1), 1-21.
5- Higham, N. J. (1983). Matrix condition numbers (Doctoral dissertation, The University of Manchester).
6- Lee, L. F. (2004). Asymptotic distributions of quasi-maximum likelihood estimators for spatial autoregressive models. Econometrica, 72(6), 1899-1925.
7- Lee, L. F., & Yu, J. (2010). Estimation of spatial autoregressive panel data models with fixed effects. Journal of econometrics, 154(2), 165-185.
8- LeSage, J. P. (1999). The theory and practice of spatial econometrics. University of Toledo. Toledo, Ohio, 28(11), 1-39.
9- LeSage, J., & Pace, R. K. (2009). Introduction to spatial econometrics. Chapman and Hall/CRC.
10- Moler, C., & Van Loan, C. (2003). Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix, twenty-five years later. SIAM review, 45(1), 3-49.
11- Piribauer, P., & Fischer, M. M. (2015). Model uncertainty in matrix exponential spatial growth regression models. Geographical Analysis, 47(3), 240-261.
12- Yang, Y., Doğan, O., & Taşpınar, S. (2021). Fast estimation of matrix exponential spatial models. Journal of Spatial Econometrics, 2, 1-50.
13- Yang, Y., Dogan, O., Taspinar, S., & Jin, F. (2023). A Review of Cross-Sectional Matrix Exponential Spatial Models. arXiv preprint arXiv:2311.14813.
14- Zhang, Y., Feng, S., & Jin, F. (2019). QML estimation of the matrix exponential spatial specification panel data model with fixed effects and heteroskedasticity. Economics letters, 180, 1-5.

مجلة كلية التربية الاساسية
كلية التربية الاساسية – الجامعة المستنصرية
Journal of the College of Basic Education Vol.30 (NO. 128) 2024, pp. 64-78

Comparing the Accuracy of the Exponential Spatial Model using a Suggested Optimization Method

Ameen Hussein Hadi
(Department of Statistics, College of Administration and Economics, Al-Mustansiriyah University)
ameenhusseinh94@gmail.com

Suhad Ali Shaheed
(Department of Statistics, College of Administration and Economics, Al-Mustansiriyah University)
dr.suhadali@uomustansiriyah.edu.iq

Abstract

Spatial models have been of great importance in the study of spatial relationships and economic and geographical phenomena. As a result of this importance, researchers have highlighted the development of spatial data modeling in accordance with the foundations and assumptions of those models, and their use has spread in many fields and applications.

One of the widely used spatial models is the Spatial Autoregressive (SAR) model, but one of the shortcomings of this model is that it requires the availability of its own conditions and assumptions and restrictions on its parameters to achieve stability, so the described as The Matrix Exponential Spatial Specification Model (MESS) appeared that exceeds the restrictions. imposed, which is characterized by constructing a matrix of spatial adjacencies in the form of an exponential matrix. A new method was proposed to improve prediction accuracy by using a mechanism to calculate the matrix of exponential spatial weights called (the spectral analysis method). The matrix of spatial exponential weights was also calculated based on two methods (the Taylor series method). (And the Suggested method). The model parameters were estimated using the Quasi-Maximum likelihood (QML) method. Simulations were performed for three sample sizes (35, 75, 150). A program was designed in the R programming language to calculate the exponential matrix and estimate the model parameters. The results showed When using the exponential matrix spatial according to the Suggested method, it is the best for all sample sizes and different levels of variance compared to the Taylor series method.

Keyword:

Matrix Exponential Spatial, Quasi-Maximum likelihood, Suggested optimization mechanism, Diagonalization property, Eigen Vectors.