وقائع المؤتمر العلمي السنوي الثالث لكلية التربية الاساسية
في مجال العلوم الصرفة والموسوم:
(مؤتمر كلية التربية الاساسية في مجال العلوم الصرفة)
وتحت شعار
(بالعلوم الصرفة نبني واقعا معرفيا متجددا)
يومي الاحد والاثنين 21-2026/6/22

تحليل حساسية الحل الامثل لأنموذج النقل المتعدد المراحل باستخدام البرمجة الخطية

بان علاء عبد المجيد عبد الحسن [1]
الجامعة المستنصرية/ كلية التربية الاساسية / قسم الرياضيات
07715011765

banalaa22357@yahoo.com

مستخلص البحث:
يعد نموذج النقل من النماذج الأساسية في بحوث العمليات لما له من دور مهم في تحسين قرارات التوزيع وتقليل التكاليف اللوجستية. يقوم هذا البحث إلى دراسة تحليل حساسية الحل الأمثل لنموذج النقل المتعدد المراحل باستخدام البرمجة الخطية، وذلك في ظل التغيرات التي قد تطرأ على معلمات النموذج مثل العرض والطلب وتكاليف النقل والقيود التشغيلية. تم في هذا البحث عرض الأساس النظري للبرمجة الخطية ومشكلة النقل الكلاسيكية وصياغتها الرياضية، ثم التوسع نحو نموذج النقل المتعدد المراحل الذي يتكون من ثلاث مراحل رئيسة تتمثل في انتقال السلع من مراكز الإنتاج إلى مراكز التجميع (المراكز الوسطية)، ثم إلى مراكز التوزيع أو الزبائن النهائيين.
تمت صياغة النموذج الرياضي بهدف تقليل الكلفة الكلية للنقل مع مراعاة قيود العرض والطلب إضافة إلى قيود السعة أو محدودية الشحن بين المراحل المختلفة. ونظراً لما تتسم به نظم النقل والتوزيع من تغيرات مستمرة قد تؤثر في استقرار الحلول المثلى، فقد تم توظيف تحليل الحساسية لدراسة مدى تأثر الحل الأمثل بالتغيرات المحتملة في معلمات النموذج.
كما يقترح البحث مؤشراً كمياً جديداً لقياس درجة تأثر الحل الأمثل بالتغيرات في معلمات النموذج، أطلق عليه اسم((Optimal Solution Sensitivity Change Index (OSSCI))، ويسهم هذا المؤشر في توفير أداة تحليلية تساعد متخذي القرار على تقييم مدى استقرار الحلول المثلى وتحديد درجة حساسيتها تجاه التغيرات في البيانات، الأمر الذي يعزز من كفاءة التخطيط واتخاذ القرار في شبكات النقل متعددة المراحل.
وتشير النتائج إلى أن استخدام المؤشر المقترح يوفر فهماً أعمق لطبيعة تأثير التغيرات في المعلمات على الحل الأمثل، ويساعد في تقييم مرونة نموذج النقل المتعدد المراحل ومدى قابليته للتكيف مع الظروف التشغيلية المتغيرة.

الكلمات المفتاحية : النقل المتعدد المراحل ،البرمجة الخطية ، تحليل الحساسية ،OSSCI
ملاحظة : هل البحث مستل من رسالة ماجستير او اطروحة دكتوراه ؟ نعم : **كلا :** √

المقدمة:

تعد بحوث العمليات من الركائز الأساسية التي تدعم اتخاذ القرار الأمثل، حيث توفر نماذج رياضية متقدمة لمعالجة المشكلات المعقدة، ومن أبرزها نموذج النقل الذي يهدف إلى تقليل تكاليف توزيع الموارد بين مصادر متعددة وجهات طلب مختلفة باستخدام البرمجة الخطية.

ومع تطور الأنظمة اللوجستية الحديثة، برز نموذج النقل متعدد المراحل كامتداد واقعي للنموذج التقليدي، حيث يعكس انتقال السلع عبر مراحل وسيطة متعددة، مما يزيد من دقة التمثيل لكنه يرفع مستوى التعقيد. وفي ظل البيئات التشغيلية المتغيرة، تبرز أهمية تحليل الحساسية كأداة لتقييم استقرار الحلول المثلى ومدى تأثرها بالتغيرات في معلمات النموذج مثل "الطلب والعرض وتكاليف النقل وغيرها". ينطلق هذا البحث من الحاجة إلى تطوير أدوات كمية أكثر دقة لقياس تأثير هذه التغيرات، إذ يقترح مؤشراً جديداً (OSSCI) لقياس درجة حساسية الحل الأمثل بصورة مباشرة، بما يعزز فهم سلوك النموذج ويدعم متخذي القرار في التعامل مع عدم اليقين. يتضمن البحث عرضاً للإطار النظري المتعلق بالبرمجة الخطية ونماذج النقل، ثم صياغة نموذج النقل متعدد المراحل، يليه تطبيق عملي باستخدام أدوات تحليلية مثل Excel Solver لاستخراج الحل الأمثل. كما يتناول تحليل الحساسية باستخدام الأساليب التقليدية والمؤشر المقترح، وصولاً إلى تفسير النتائج وتقديم توصيات تسهم في تحسين كفاءة الأنظمة اللوجستية.

الدراسات السابقة :

حظيت مشكلة النقل المتعدد المراحل باهتمام واسع في الأدبيات الحديثة نظراً لأهميتها في تحسين كفاءة شبكات التوزيع وتقليل التكاليف.

فقد قدم (Al-Rajhi et al) عام (2015) خوارزمية تسمى خوارزمية التفكيك (Decomposition Algorithm) لحل فئة من مسائل النقل المتعدد المراحل ذات الهدف الثنائي، حيث تم التعامل مع كل مرحلة على حدة ثم دمج النتائج للحصول على الحل الكلي، مما ساهم في تقليل التعقيد الحسابي للنموذج.[4]

وفي عام (2015) وفي سياق تحليل الحساسية، قدم (Borgonovo & Plischke) مراجعة شاملة لأحدث التطورات في هذا المجال، وركزوا على قياس تأثير التغيرات في معلمات النماذج الرياضية ، وهذا الأمر الذي يعزز فهم استقرار الحلول في نماذج البرمجة الخطية.[6]

كما طور (Aziz, Vahid & Hu) عام (2021) نموذج برمجية عشوائية متعدد المراحل لمعالجة مشاكل اللوجستيات العكسية متعددة الفترات، وبعدها تم دمج تحليل الحساسية لتقييم تأثير عدم اليقين في البيانات على القرارات التشغيلية.[5] وفي دراسة لاحقة في عام (2022)، اقترح (chen) إطاراً لتحليل حساسية شبكات النقل متعددة الوسائط، مع التركيز على تقييم هشاشة الشبكة وتحديد المسارات المثلى باستخدام نماذج اختيار متقدمة، مما يساهم في تحسين مرونة أنظمة النقل.[8]

كما تناول .(AbdelAti et al) عام (2023) مشكلة النقل متعددة الأهداف من خلال مقارنة عدة أساليب حل تهدف إلى تقليل الزمن والتكلفة معاً، مما يعكس التوجه الحديث نحو النماذج متعددة المعايير في اتخاذ القرار.[1]

وفي عام (2024) قدم (Rakhawy) نموذجاً رياضياً متقدماً لحل مشكلة النقل متعدد المراحل باستخدام البرمجة الديناميكية، حيث تم تحويل النموذج إلى صيغة أبسط لتقليل التعقيد الحسابي، مع استخدام برامج تخصصية مثل (Lingo) للتحقق من دقة الحلول المثلى .[11]

وأخيرا قدم الباحث (Vasson) في عام (2025) دراسة توضح كيفية حل مشكلة النقل المتعدد المراحل للشاحنات متمثلة في عدم اليقين لتدفق الشاحنات وظروف السوق المتغيرة وتغيير المعلمات وتأثيرها على التكلفة الإجمالية .[12] على الرغم من الجهود السابقة في تطوير نماذج النقل المتعدد المراحل وتحليل الحساسية، إلا أن معظم الدراسات ركزت إما على تحسين طرق الحل أو تحليل الحساسية بشكل تقليدي دون تقديم مقياس كمي مباشر يربط بين مقدار التغير في المعلمات ومقدار التغير في الحل الأمثل. ومن هنا تأتي أهمية البحث الحالي، الذي يهدف إلى سد هذه الفجوة من خلال تقديم مؤشر جديد (OSSCI) لقياس درجة حساسية الحل الأمثل في نموذج النقل المتعدد المراحل باستخدام البرمجة الخطية، بما يوفر أداة كمية أكثر دقة لتقييم استقرار الحلول ودعم متخذي القرار في بيئات تتسم بالتغير وعدم اليقين.

المبحث الاول :منهجية البحث

أولاً- مشكلة البحث:

تتمثل مشكلة البحث في محدودية الأدوات الكمية المتاحة لتحليل وتقييم درجة استقرار وحساسية الحل الأمثل في نماذج النقل المتعدد المراحل باستخدام البرمجة الخطية، لا سيما في البيئات التي تتسم بالتغير المستمر في معلمات النموذج مثل الطلب والعرض وتكاليف النقل وقيود السعة. إذ إن التغيرات المفاجئة في هذه المعلمات قد تؤدي إلى تأثيرات متفاوتة على الحل الأمثل، قد تكون طفيفة في بعض الحالات وجوهرية في حالات أخرى، مما ينعكس على كفاءة القرارات المتخذة.

وعلى الرغم من اعتماد تحليل الحساسية التقليدي في دراسة تأثير هذه التغيرات، إلا أنه غالباً ما يقتصر على تحديد حدود التغير المسموح بها دون تقديم مقياس كمي دقيق يربط بين مقدار التغير في المعلمات ومقدار التغير الفعلي في الحل الأمثل. ومن هنا تبرز الحاجة إلى تطوير أسلوب تحليلي يمكن من خلاله قياس درجة استجابة الحل الأمثل ومرونته واستقراره بصورة كمية تدعم عملية اتخاذ القرار في ظل ظروف عدم التأكد.

ثانياً- اهداف البحث:

يهدف هذا البحث إلى تحقيق مجموعة من الأهداف العلمية والتطبيقية، يمكن تلخيصها بما يأتي:

1- صياغة نموذج رياضي لنقل متعدد المراحل باستخدام البرمجة الخطية يهدف إلى تقليل التكاليف الكلية للنقل مع مراعاة قيود العرض والطلب وقيود السعة بين المراحل المختلفة.

2- تحليل حساسية الحل الأمثل للنموذج المدروس تجاه التغيرات في المعلمات الأساسية، بما يشمل الطلب والعرض وتكاليف النقل، وذلك لتحديد مدى استقرار الحل ضمن حدود التغير الممكنة.

3- تقييم درجة استجابة الحل الأمثل للتغيرات في معلمات النموذج بصورة كمية، بما يتجاوز التحليل التقليدي القائم على حدود الزيادة والنقصان المسموح بها.

4- اقتراح مؤشر كمي جديد (OSSCI) لقياس درجة حساسية الحل الأمثل، من خلال الربط بين مقدار التغير في المعلمات ومقدار التغير في الحل، بما يوفر أداة تحليلية أكثر دقة وفاعلية.
4- اختبار كفاءة المؤشر المقترح تطبيقياً باستخدام بيانات واقعية، وبيان دوره في دعم متخذي القرار من خلال توفير فهم أعمق لمدى استقرار الحلول وإمكانية الاعتماد عليها في البيئات المتغيرة.

ثالثاً- منهج البحث:

اعتمدت هذه الدراسة على المنهج الكمي التحليلي لتصميم نموذج رياضي باستخدام البرمجة الخطية المتعددة المراحل بهدف تقليل كلف النقل الكلية للبضائع على اكثر من مرحلة في مؤسسة انتاجية عراقية، حيث تم جمع البيانات من السجلات التشغيلية لشركة (سندي فودز) لاستيراد وتوزيع المواد الغذائية. سيتم استخدام نموذج النقل التقليدي للوصول الى الحل الامثل باستخدام برنامج (Excel) وتحليل حساسية النقل ثم تطبيق مؤشر (OSSCI) المقترح لحساب التغيير الحقيقي الحاصل بالحل الامثل عند تجاوز الحد المسموح به.

المبحث الثاني : الاطار النظري

اولاً- مقدمة في البرمجة الخطية :

تعد البرمجية الخطية إحدى الوسائل المهمة في حل كثير من المشاكل الادارية والاقتصادية والعسكرية، وقد ازدادت تطبيقاتها في الآونة الاخيرة نظراً لتقدم التكنلوجيا الذي ساعد على تطوير الحسابات الالكترونية المستخدمة في حل المشاكل البرمجية .

ويمكن تعريف البرمجة على انها اسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والامكانيات المحدودة على عدد من الحاجيات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من العوامل الثانية أو القيود بحيث يحقق هذا التوزيع افضل نتيجة ممكنة اي يكون التوزيع مثالياً

ويمكن التعبير على ان البرمجية هي عملية وضع خطوات لكل مسألة او موضوع لحقيق هدف معين، اما تعبير الخطية يعني افتراض الظاهرة التي تقوم بدراستها بصورة خطية . ويستخدم هذا الافتراض التقريب الواقع إلى صياغة رياضية سهلة .[7]

ثانياً- النقل :

تعتبر مسألة النقل هي احدى تطبيقات البرمجة الخطية وهو نموذج يهتم بتخفيض التكاليف الخاصة بأمداد متطلبات لمواقع متعددة من مصادر متعددة وهذه التكلفة تختلف باختلاف موقع المصدر (العرض) وموقع الطلب.[2] نماذج النقل تعالج مشكلة نقل موارد (بضائع أدوات احتياطية نصف مصنعة، نقل منتجات معدات .. الخ) فمن الطبيعي تكون الكميات المطلوبة لا تساوي الكميات المعروضة في واقع الحال لكن في الانموذج الرياض الخاص بالنقل يفترض ان تكون الكميات المعروضة والمطلوبة متساوية وهذا الاختلاف يتم معالجته من قبل القيود الخاصة بالأنموذج الرياضي. ويمكن توضيح مشكلة النقل من خلال وجود مجموعة من المصادر التي يمكن ان تكون مصانع او مصافي مثلاً ومجموعة من الجهات الطالبة على الجانب الآخر والتي يمكن ان تكون اسواق او مناطق طلب حسب الحاجة المتوفرة في المصادر وايضاً كلف نقل الوحدة الواحدة من

المصدر (i) الى الجهة الطالبة (j) التي يرمز لها بالرمز (Cij) وكذلك (Xij) التي تمثل الكمية المثلى التي يتم نقلها من المصدر (i) الى الجهة الطالبة (j) ،
اذا تمثل (S1,S2,…..SM) عدد مراكز العرض ، بينما تمثل (D1, D2 ….. Dm) عدد مراكز الطلب ، وان الهدف من الانموذج الرياضي هو تحديد الكميات المثلى (Xij) ليتم نقلها بأقل كلفة ممكنة للوصول إلى الحل الامثل مع ضرورة تلبية قيود العرض والطلب .[9]
وفيما يلي جدول يضم جميع معلمات نموذج النقل

جدول (1) نموذج النقل العام

demand / supply	D1	D2	….	Dj	Dn	ai
S1	C11 X11	C12 X12	.....	C1j X1j	C1n X1n	a1
S2						a2
. . .			. . .		. . .	
Si						ai
Sm	Xm1	Xm2		Xjm		am
bj	b1	b2		bj	bn	∑ai / ∑bj

يمكن صياغة نموذج النقل العام بالشكل التالي :[13]

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} CijXij \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

s.t

$$\sum_{j=1}^{n} Xij = Si \qquad (i=1,2,\ldots..m)$$

$$\sum_{i=1}^{m} Xij = dj \qquad (j=1,2,\ldots.. n)$$

$$Xij \geq 0 \qquad (i=1,2,3,\ldots.m) \qquad (j=1,2,3,\ldots.,n)$$

ثالثاً- النقل المتعدد المراحل (multistage transport)

ان مشاكل النقل المتعدد المراحل من المشاكل المعقدة والتي تبحث في انتقال وتسويق السلع والبضائع من مراكز الانتاج او التوزيع الى مراكز الاستهلاك او الاستلام ذلك مروراً بمرحله واحده وسطيه او اكثر من مرحلة والتي تمثل عادة الوسطاء ، تجار الجملة التجزئة او ما شابه.[10]

ويمكن القول ان عملية النقل المتعدد المراحل هو عمليه نقل الموارد او البضائع من المصدر(او مكان انتاجها) الى اماكن الاستهلاك النهائية مروراً بأكثر من مرحله انتقالية (intermediate Stage) في كل مرحلة يتم نقل الموارد من مركز توزيع او مخزن او قبل ان تصل الوجهة النهائية.

رابعاً- صياغة نموذج النقل المتعدد المراحل (model formulation)

1- تعريف المراحل الثلاثة :- لدينا نظام شحن يمر بثلاث مراحل :

- المرحلة الاولى : مراكز الانتاج (مصادر) ويرمز لها بالرمز (Si)
- المرحلة الثانية : مراكز تجميع ويرمز لها بالرمز (Tk)
- المرحلة الثالثة : مراكز توزيع ويرمز لها بالرمز (Dm)
- الزبائن : ويرمز لهم بالرمز (Cj)

اي ان العملية تكون :

من مصدر > مراكز وسطية > زبائن

2- تعريف متغيرات القرار

Xik :تمثل كمية الشحن من المصدر (i) الى المركز الوسطي (k)

Ykj :تمثل كمية الشحن من المركز الوسطي (k) الى الزبون (j)

3- بناء دالة الهدف : هدفنا تقليل تكاليف النقل الكلية :

$$\text{Min } Z= \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} CijXik + \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} CkjXkj \quad \ldots\ldots (2)$$

4- القيود :

- قيود العرض للمصادر $\sum_k Xik =$ Si

اي ان المصدر (i) يمتلك كمية محددة اسمها (Si) يجب توزيعها على كل المراكز الوسطية.

- قيود الطلب للزبائن $\sum_j Ykj =$ dj

اي ان كل زبون (j) عنده طلب محدد (dj) ويجب ان يستلم طلبه كاملا من المركز الوسيط.

- قيود الاتزان داخل المركز الوسيط $\sum_j Ykj = 0$ $\sum_k Xik -$

والذي يعتبر اهم قيد (يعني المركز الوسيط (Tk) هو مجرد محطة عبور.

(اي ان الكمية الداخلة له يجب ان تكون نفسها تخرج منه اي ان هذا المركز لا يستهلك ولا يصنع).

- قيود السعة للمركز الوسطي $\sum Xik = Cak$

علما ان Cak تمثل (Capacity)

اي المركز الوسيط تمتلك طاقة استيعابية محدودة (مثل عدد شاحنات محدودة ، مخازن محدودة ، قدره تحميل محدودة يومية) اي لا يمكن استلام اكثر من Cak

- قيد عدم السالبيه $Xik \; Xkj \geq 0$

خامساً- تحليل الحساسية [7] [3]

عند الوصول إلى الحل النهائي للمشكلة في البرمجة الخطية هنالك الكثير من المتغيرات قد تطرأ عليها تغيير مفاجئ. ممكن ان يكون التغير في الاسعار في السوق او قد يطرأ جديد في ذهن متخذ القرار مثلا توظيفه لموظفين جدد او اعتماد مسلك تكنلوجي جديد - - الخ مما يتطلب اعادة حل للمشكلة بعد اضافة التغيرات الجديدة وان اعادة حل النموذج قد يكون مرهقاً ويحتاج الى وقت طويل . ولكن يمكن استخدام طريقة لا تتطلب اعادة الحل بكامله وذلك باستخدام ما يسمى بتحليل الحساسية او تحليل ما بعد الامثلية.

لذا فأن مفهوم تحليل الحساسية هو عبارة عن دراسة تأثير المتغيرات في مكونات المشكلة على نموذج البرمجة الخطية ، ومن هذه المتغيرات التي تؤثر على نموذج البرمجة الخطية هي :

-تغير في معاملات داله الهدف
-تغيير في معاملات القيود
-تغيير في قيمة الجانب الايمن للقيود
-اضافه متغير جديد ، أو حذف متغير قديم على الحل الامثل الحالي

ويمكن معرفة اثر هذه المتغيرات على نموذج البرمجة الخطية باستخدام الرسم او باستخدام (Simplex) او باستخدام بعض مخرجات البرامج الحسابية مثل(win qsp)او (LINPO) و (excel solver)وغيرها. ويعتبر تحليل الحساسية مهم لمتخذ القرار وذلك لأنه يساعده على سرعة اتخاذ القرارات الادارية في طور التغيير[2]

سادساً- تحليل الحساسية في مسألة النقل[13]

تحدثنا سابقاً كيف يمكن معرفة التغير الذي يطرأ على الحل الامثل في البرمجة الخطية عند تغير عنصر او اكثر، وبما ان مسألة النقل هي احدى تطبيقات البرمجة الخطية فان استخدام التحليلات السابقة يمكن إيجادها باستخدام جداول النقل.

اولاً / اذا كان التغير في معاملات متغيرات دالة الهدف

-المتغيرات غير الاساسية

اذا تغير المعامل (cij) للمتغير الغير اساسي (xij) في داله الهدف ضمن المدى المسموح به فأن هذا التغير لن يغير الحل الامثل ولا قيم المتغيرات و لا قيمة داله الهدف. [13]

-المتغيرات الاساسية

اذا تغير المعامل (Cij) للمتغير الاساسي (Xij) في دالة الهدف ضمن المدى المسموح به ، فان هذا التغير لا يغير الحل الامثل ولا قيم المتغيرات ولكن ستتغير قيمة دالة الهدف، ولمعرفة هذا المدى لمعاملات المتغيرات في مسألة النقل فيمكن استخدام طريقة المسار المتعرج أو عوائل الضرب.

ثانياً / تغير في الجانب الايمن من القيد (العرض والطلب)

من الشروط الاساسية في نموذج النقل ان مجموع العرض مساوي الى مجموع الطلب، اما اذا تغير احدهما فأن الآخر يتغير بنفس المقدار او نضيف صف او عمود وهمي. وهنالك حالتان في التغير في الطرف الايمن

- التغير في القيد الاساسي (خلية اساسية)

القيد الاساسي : هو القيد المرتبط بخلايا فيها شحن فعلي (قيم موجبة)، فعند التغير في هذا الجزء فأن الحل الامثل لا يتغير ، وانما تتغير فقط قيمة دالة الهدف ويحسب هذا التغير باستخدام اسعار الظل (shadow price) وحسب المعادلة :

$$\Delta Z = (RSH) * \Delta(RSH) \quad \ldots\ldots(3)$$

- التغير في قيد غير اساسي

وهو قيد مرتبط بخلايا صفرية اي غير مستخدمة في الحل ، نتيجة التغير في هذا الجزء ان الحل الامثل يتغير وتحتاج الى اعاده الحل من جديد باستخدام احد طرق ايجاد الحل الاولى.

سابعاً- مؤشر(Optimal Solution Sensitivity Change Index) (OSSCI)

هو مؤشر مقترح لقياس مدى حساسية الحل الأمثل في نموذج البرمجة الخطية عند حدوث تغيير في معلمات النموذج مثل:

- الطلب
- العرض
- تكاليف النقل
- سعة الشحن بين المراحل

الفكرة الأساسية للمؤشر هي قياس مقدار التغير في الحل الأمثل مقارنةً بمقدار التغير في المعلمة نفسها.

اي إذا تغيرت معلمة في النموذج بنسبة معينة، فكم تغير الحل الأمثل

لحساب المؤشر نقوم بالخطوات التالية:

1- إيجاد الحل الأمثل الأصلي ، نرمز له بالرمز: (X) وهو قيمة الحل الأمثل قبل حدوث أي تغيير في معلمات النموذج.

2- إجراء تغيير في إحدى المعلمات مثلا: • زيادة الطلب • تقليل العرض • تغيير تكلفة النقل

بعد التغيير نحصل على حل أمثل جديد نرمز له: (Y)

3- حساب مقدار التغير النسبي في الحل (اي قياس مخرجات النموذج) حسب المعادلة :

$$\Delta = \frac{|X-Y|}{|X|} \quad \ldots\ldots(4)$$

حيث:

X : الحل الأمثل قبل التغيير (قيمة دالة الهدف قبل التغيير)

Y : الحل الأمثل بعد التغيير (قيمة الحل الامثل بعد التغيير)

Δ: نسبة التغير في الحل الأمثل ، وهذا يمثل التغير النسبي في الحل.

4- حساب قانون مؤشر OSSCI

بعد حساب التغيير النسبي يتم حساب مقدار هذا التغير بأستخدام المؤشر:

$$OSSCI = \frac{\Delta}{\Delta \text{ cost}} \quad \ldots..(5)$$

Δcost : مقدار التغيير النسبي في مدخلات النموذج وهي المعلمة التي تم تغيرها داخل النموذج .
فإذا كانت قيمة المؤشر OSSCI < 1
فإن: الحل الأمثل غير حساس كثيراً للتغير في المعلمة. أي أن النظام مستقر.
اما إذا كانت قيمة المؤشر OSSCI = 1
فإن: التغير في الحل مماثل تقريباً للتغير في المعلمة.
وإذا كانت قيمة المؤشر OSSCI > 1
فإن: الحل الأمثل حساس جداً للتغيرات. أي أن تغيير بسيط في المعلمات يؤدي إلى تغير كبير في الحل.

ثامناً- أهمية هذا المؤشر في البحث

المؤشر يساعد على:
1. تسهيل فهم التغيرات المفاجئة التي تحصل من قبل ادارة المخاطر اللوجستية
2. معرفة مدى تأثر النموذج بالتغيرات المفاجئة.
3. قياس استقرار الحل الأمثل
4. دعم اتخاذ القرار في شبكات النقل.
5. تقليل مخاطر التغيرات في العرض والطلب وتكاليف النقل.
6. ربط القرارات التشغيلية الادارية بالقرار الرياضي.

المبحث الثالث : الجانب التطبيقي

أولاً- بناء النموذج التطبيقي :

لدينا شركة سندي فودز (Sindi food Company) وهي من الشركات الرائدة في العراق لاستيراد وتوزيع المواد الغذائية.
تقوم بتوزيع البسكويت والشكولاتة والمشروبات والوجبات الخفيفة. اي ان الشركة تمتلك مصانع انتاج تقوم بنقل البضائع الى مخازن وسطية ثم الى منافذ للبيع.
هدف هذه الشركة هو تقليل تكلفة النقل الكلية مع وجود حدود قصوى للشحن بين المراحل وسعة خزن محددة ووقت نقل محدود.
ممكن توضيح النظام في هذه الشركة ب (3) مراحل كالاتي :
-المرحلة الأولى : مرحلة التصنيع في المصانع (Sources) وهنا لدينا مصنعين :
مصنع بغداد - ينتج بحدود(50) طن ونرمز له بالرمز (S1)
مصنع البصرة – ينتج بحدود (70)طن ونرمز له بالرمز (S2)
-المرحلة الثانية : مرحلة التخزين في المخازن الوسطية (transshipment) وهنا لدينا مخزنيين :
مخزن كربلاء- سعته(60) طن ونرمز له بالرمز (T1)
مخزن النجف – سعته (80) طن ونرمز له بالرمز (T2)
-المرحلة الثالثة : منافذ البيع - الزبائن (Costumers)
بغداد – بمعدل طلب (30) طن ونرمز له بالرمز (C1)

كربلاء – بمعدل طلب (40) طن ونرمز له بالرمز (C2)
نجف – بمعدل طلب (50) طن ونرمز له بالرمز (C3)
اي ان مجموع الطلب يساوي (120) ومجموع العرض يساوي ايضا (120)

متغيرات القرار :

Xik – تمثل كمية الشحن من المصنع (i) الى المخزن (k)
Ykj – كمية الشحن من المخزن (k) الى المنفذ (j)
ويمكن توضيح تكاليف النقل لكل مرحلة حسب جدول النقل ادناه:

المرحلة الاول :

جدول (2) تكاليف النقل من المصنع (i) الى المخزن (k)

factory / warehouse	T1	T2	supply
S1	(6)	(4)	50
S2	(5)	(3)	70
demand	60	80	120 / 140

المرحلة الثانية:

جدول (3) تكاليف النقل من المخزن (k) الى المنفذ (j)

warehouse / Outiet	C1	C2	C3	supply
T1	(4)	(6)	(5)	60
T2	(5)	(4)	(3)	80
demand	30	40	50	140 / 120

صياغة نموذج البرمجة الخطية

- داله الهدف

$$\text{Min } Z = 4X_{11} + 6X_{12} + 5X_{21} + 3X_{22} + 4Y_{11} + 6Y_{12} + 5Y_{13} + 5Y_{21} + 4Y_{22} + 3Y_{23}$$

- القيود

قيود العرض

$$X_{11} + X_{12} = 50$$
$$X_{21} + X_{22} = 70$$

قيود الاتزان الوسطي

$X_{11} + X_{21} = Y_{11} + Y_{12} + Y_{13}$

$X_{12} + X_{22} = Y_{21} + Y_{22} + X_{23}$

قيود الطلب

$Y_{11} + Y_{21} = 30$

$Y_{21} + Y_{22} = 40$

$Y_{13} + Y_{23} = 50$

قيود السعة

$X_{11} + X_{21} \leq 60$

$X_{12} + X_{22} \leq 80$

حد اقصى للشحن $X_{12} \leq 40$

قيد عدم السالبية $Xij \geq 0$

لحل النموذج نقوم بتحويل نموذج النقل المتعدد المراحل الى نموذج نقل متكافئ (single transportation model) بتكلفة متكافئة حسب المعادلة :

$$Cj = Min (Cik + Ckj) \quad \ldots\ldots (6)$$

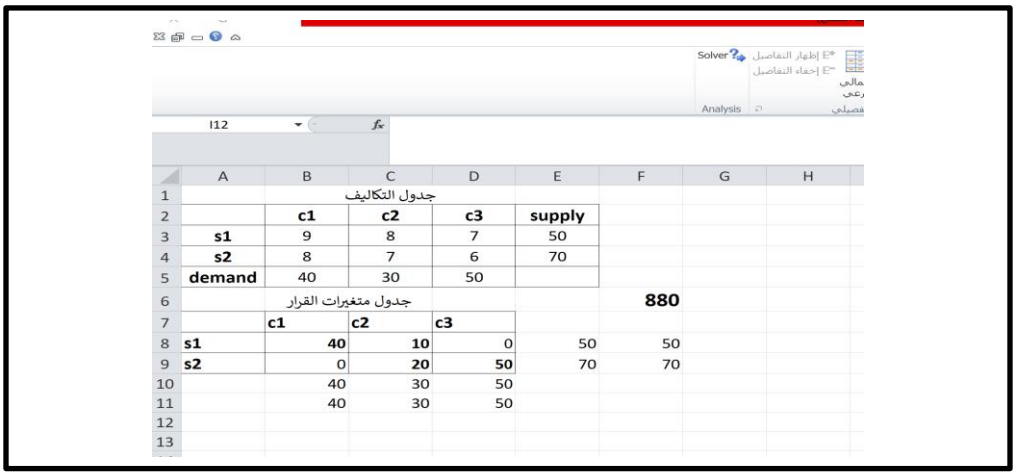
وبالتالي يصبح نموذج النقل الجديد كالتالي :

جدول (4) تكاليف النقل الجديدة

مصنع / منفذ	C1	C2	C3	supply
S1	(9)	(8)	(7)	50
S2	(8)	(7)	(6)	70
demand	40	30	50	120 / 120

ثم يحل باستخدام طرق حل نموذج النقل الكلاسيكية ، حيث بلغت قيمة دالة الهدف في الحل الامثل (880) وبتطبيق الحل بأستخدام برنامج (Excel) وبعد تشغيل (Excel solver) اظهرت النتائج ان قيمة دالة الهدف تساوي (880) وكما موضح ادناه :

جدول (5) نتائج برنامج Excel لنموذج النقل



	A	B	C	D	E	F	G	H
1		جدول التكاليف						
2		c1	c2	c3	supply			
3	s1	9	8	7	50			
4	s2	8	7	6	70			
5	demand	40	30	50				
6		جدول متغيرات القرار				880		
7		c1	c2	c3				
8	s1	40	10	0	50	50		
9	s2	0	20	50	70	70		
10		40	30	50				
11		40	30	50				
12								
13								

وأن خطة النقل المثلى كانت كما يأتي:

X11=40, X12=10, X22=20, X23=50

بينما بقية المتغيرات تساوي صفراً.

وهذا يعني أن الكميات المنقولة المثلى هي:

- 40 وحدة من المصدر S1 إلى الوجهة C1
- 10 وحدات من S1 إلى C2
- 20 وحدة من S2 إلى C2
- 50 وحدة من S2 إلى C3

وجميع Reduced Cost = 0 للمتغيرات الأساسية، مما يؤكد أن الحل الحالي حل أمثل.

فهنا اراد متخذ القرار زيادة الطلب بمقدار (20) وحدة وهو يمثل (تغيير قيمة (C2) من (30) الى (50)) فأن قيمة الطلب الجديد D1 يكون

$$D1 = D+\Delta D$$

$$= 120+20 \quad = 140$$

بهذا التغيير المفاجئ اصبح الطلب لا يساوي الكمية المعروضة ، لذا نقوم بإضافة صف وهمي لموازنة النموذج رياضيا فقط واعادة الخطوات السابقة في ايجاد الحل باستخدام طرق الحل التقليدية وتحسينها بأستخدام المسار المتعرج فأن قيمة دالة الهدف بأستخدام ال (Excel)اصبحت تساوي (1860) وهي تمثل القيمة الكلية لكلفة النقل التي ازدادت بشكل ملحوظ جداً بعد التغيير في كمية الطلب

جدول (6) نتائج الحل ببرنامج الاكسل

	A	B	C	D	E	F	G
1		جدول التكاليف					
2		**c1**	**c2**	**c3**	**supply**		
3	**s1**	9	8	7	50		
4	**s2**	8	7	6	70		
5	**s3**	50	50	50	20		
6	**demand**	40	50	50		1860	
7		جدول المتغيرات					
8	**s1**	**0**	**50**	**0**	50	**50**	
9	**s2**	**20**	**0**	50	70	70	
10	**s3**	20	**0**	**0**	20	20	
11		40	**50**	**50**			
12		40	**50**	50			

تحليل الحساسية على القيود

هو دراسة كيف يمكن للحل الامثل ان يتغير عند تغيير حدود القيود (RHS) ، (اي عندما يتم التغير في العرض ، الطلب او قيود التشغيلية مثل السعة او زمن النقل او اقصى حد للشحن) ويتم ذلك من خلال مراقبة ثلاث نقاط رئيسية :

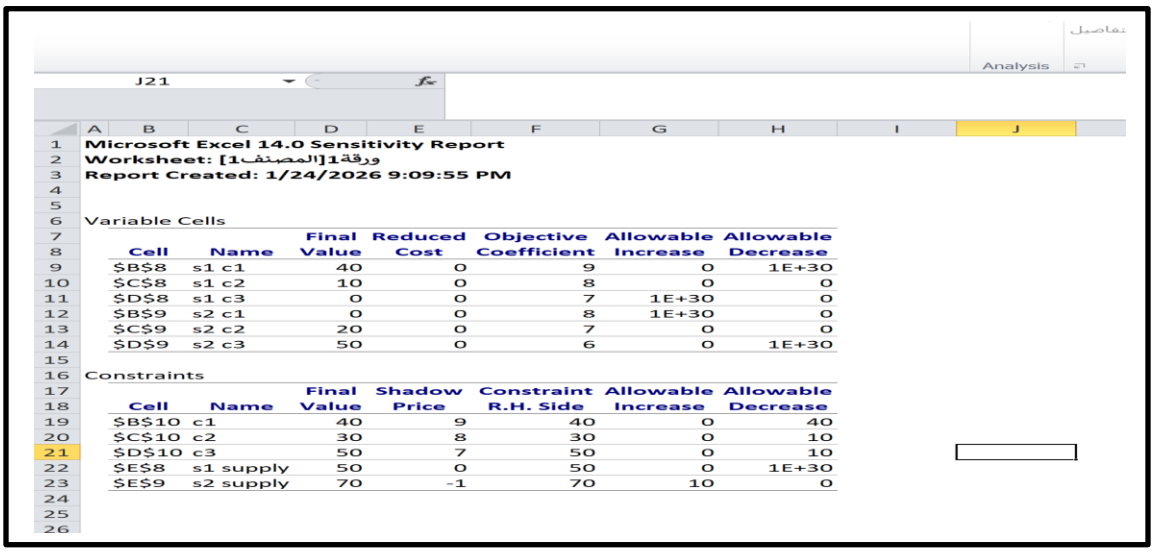
1- هل القيد حاكم ام لا (Binding)(وهو يعني هذا القيد يقيد الحل وان اي تغيير فيه يؤثر على قيمة الكلفة الكلية)

2- قيمة اسعار الظل (Shadow Price) ويمثل مقدار التغير في دالة الهدف عند زيادة الطرف الايمن (RHS) بمقدار وحدة واحدة

$$\text{Shadow price} = \frac{\Delta Z}{\Delta RHS}$$

3- حدود التغيير المسموح بها

جدول (7) تقرير تحليل الحساسية في برنامج Excel



Microsoft Excel 14.0 Sensitivity Report
Worksheet: [1المصنف]ورقة1
Report Created: 1/24/2026 9:09:55 PM

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
B8	s1 c1	40	0	9	0	1E+30
C8	s1 c2	10	0	8	0	0
D8	s1 c3	0	0	7	1E+30	0
B9	s2 c1	0	0	8	1E+30	0
C9	s2 c2	20	0	7	0	0
D9	s2 c3	50	0	6	0	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
B10	c1	40	9	40	0	40
C10	c2	30	8	30	0	10
D10	c3	50	7	50	0	10
E8	s1 supply	50	0	50	0	1E+30
E9	s2 supply	70	-1	70	10	0

من خلال هذه النتائج تبين ان القيمة الحدية (Shadow Price)او ما تسمى بأسعار الظل تشير الى:

- زيادة الطلب في C1 بوحدة واحدة تؤدي إلى زيادة الكلفة الكلية بمقدار 9
- زيادة الطلب في C2 بوحدة واحدة تزيد الكلفة بمقدار 8
- زيادة الطلب في C3 بوحدة واحدة تزيد الكلفة بمقدار 7

أي أن هذه القيم تمثل التكلفة الحدية لتلبية وحدة طلب إضافية.

هنا اسعار الظل تخبرنا بالتغيير المتوقع لكل وحدة واحدة عند التغير داخل الحد المسموح به .

لكن نريد ان نعرف لو كان التغيير خارج الحد السموح به فكيف يمكن قياس هذا التغيير ؟

وهنا تظهر الحاجة الى اقتراح مؤشر OSSCI لحساب التغيير الحقيقي الحاصل بالحل الامثل عند تجاوز الحد المسموح ويستخرج كالاتي :

1- ايجاد فرق الحاصل في قيمة دالة الهدف

فعند زيادة الطلب (C2) بمقدار (20) وحدة وليس وحدة واحدة(الحد المسموح به) ادى الى زيادة الكلفة الكلية ويمكن ايجاد هذه الزيادة $Z= 1860 - 880 = 980\Delta$

2- تطبيق قانون المؤشر الجديد

$$OSCST= \frac{\Delta Z}{\Delta \text{ prameter}}$$
$$= 890 \setminus 20$$
$$=49$$

وحسب القيمة اعلاه يتبين ان قياس المؤشر (OSSCI) عالي جداً
اي ان اي زيادة في الطلب غير مدعوم بزيادة في العرض يؤدي الى صعود حاد وقفزة نوعية في الكلفة الكلية وان الحل الامثل يتغير بشكل ملحوظ.
اسعار الظل تخبرنا بالتغير المتوقع لكل وحدة واحدة عند التغيير داخل الحد المسموح ، اما مؤشر(OSCST) فأنه يقيس التغير الحقيقي الحاصل عند تجاوز الحد المسموح به وضرورة تغيير هيكلية الحل.

- تفسير النتائج

- قبل التغير في الطلب كان سعر الظل للقيد الطلب (C2)هو (8) بعد التغير في قيمة هذا الطلب اصبح مؤشر (OSSCI) يساوي (49) وهي طفرة نوعية ، وان هذه الفجوة بين 8 و 49 يشير ان النظام اللوجستي في الشركة لديه قفزة حادة وان الزيادة في الطلب بمقدار (20) وحده لم يكن تغيير تدريجي بل يعتبر صدمة تشغيلية.
- ان التحليل التقليدي في الاكسل غير كافٍ لأنه فقط يخبرنا ان الزيادة المسموح بها للطلب (C2) increase (allowable) هي صفر أي ان الحل سيتحول من منطقة إلى أخرى دون توضيح حجم هذا التحويل وما قد يحصل.
- يقوم مؤشر (OSSCI) بقياس كمية هذا التحول خارج الحدود المسموحه به ففي بحثنا كشف هذا المؤشر ان الزيادة في الطلب ادى قفزه في الكلفة بمعدل (49) وحدة لكل وحده واحده اضافية من الطلب، وهذا يعني ان النظام اللوجستي في هذه الشركة يواجه حاله من عدم الاستقرار قوي جداً / اي ممكن ان نقول ان هذا المؤثر يعمل كجهاز انذار مبكر فكلما كانت الفجوة بين سعر الظل وهذا المؤشر كبيرة دل هذا على ضعف الهيكل التوزيعي للشركة واحتمال عدم استيعابه لهذا التغير او النمو في الطلب.وختاماً يمكن ان ننوه الى ان هذا المؤشر المقترح ليس مختصر على القيود الطلب او العرض ولكن يمكن تطبيقه على القيود التشغيلية الاخرى التي تم ذكرها في بداية البحث فمثلاً في قيد سعة المخازن المذكورة أن سعة المخزن الاول لا يجاوز(60) والثاني(80) فبالتطبيق المستقبلي يمكن حساب مؤشر (OSSCI) عند امتلاء هذا المخزن والاضطرار الى استئجار مساحات اخرى خارجة، وهنا يلعب دور هذا المؤشر في الكشف عن التكلفة البديلة المناسبة - و بنفس الحالة بالنسبة

للطاقة الاستيعابية للشحن. وهنا يمكن القول ان المؤثر المقترح يتميز بقابلية للتعميم على القيود الشغيلة الأخرى وليس مختصر على تغيرات الطلب.

- التوصيات

- نوصي الدراسات المستقبلية لضرورة تطبيق هذا المؤشر لاختبار مدى مرونة النظام .
- كما نوصى بتقليل الاعتماد على المصدر الوهمي المضاف لذا نوصي بالتعاقد مع جهات توريد البديلة تكون مستقلة وتكاليف متوسلة لضمان استقرار مؤشر (OSSCI) عند حدوث الازمات المفاجئة في الطلب او العرض.
- نوصي البحوث المستقبلية بتطوير خوارزمية تقوم بحساب مقدار التغير في هذا المؤشر تلقائياً فور ادخال البيانات لتسهيل استخدامه من قبل جهات اخرى غير المختصين في بحوث العمليات.

References:

1. Abdelati, M. A., Abd EL-Tawab, A. M., & Ellimany, E. M. (2023). *Solving annuli-objective said transportation problem a comparative study of alternative methods for decision-making.* Journal of Engineering and Applied Science, Springer. Egypt.

2. Al-Assaf, Khalid bin Hassan (2019). *Introduction to Linear Programming and Its Applications in Management*. King Saud University Publishing House, Riyadh, Saudi Arabia, p. 97.

3. Al-Jawad, Dalal Sadiq, & Al-fatal, Hamid Nasser (2008). *Operations Research. Dar Al-Yazouri Scientific Publishing and Distribution*, Jordan.

4. AL Rajhi, J. M., Abdelwali, A., Ellaimouy, E. E., & Soleim, S. A. (2013). A *decomposition algorithm for solving a class of bi-criteria multistage transportation problem with case study*. PAASET, Kuwait.

5. Azizi, V., & Guiping, 6th. (2021). *A multi-stage stochastic programming model for multi-echelon multi-period reverse logistics problem*. MDPI Sustainability, USA.

6. Borgonovo, E., & Plischke, E. (2015). *Sensitivity analysis: Review of recent advances.* European Journal of Operational Research, Germany.

7. Boualam, Moulay (2017). *Lectures and Applications in Operations Research*. Algeria, p.13.

8. Chen, A., Gu, Y., & Li, B. (2022). *Sensitivity analysis-based multi-modal transportation network vulnerability assessment with Weibull choice model*. ICRMS, China.

9. Hamza, Iman Raed (2024). *Using Multistage Transportation Models in an Uncertain Environment During Classification Periods. Baghdad*.

10. Parra, O. D., Ruiz, J. A. V., & Loranca, B. B. (2014). *A survey of transport policy problems. Journal of Applied Mathematics*, 848129.
11. Rakhawy, M., Mohamed, M., Ibrahim, M., & Elallimoun, E. (2024). *Proposed an algorithm for solving a special case of multi-index multistage transportation problem*. Engineering research journal. Egypt.
12. Vasson, G., Lusby, R., & Pinson, P. (2025). *Multistage stochastic optimization for drayage procurement in container logistics using stochastic*
13. Winston, W. L. (2004). *Operations research: Applications and algorithms (4th ed.)*. Canada**.**

Sensitivity Analysis of The Optimal Solution For The Multi-Stage Transportation Model Using Linear Programming

Ban Alaa Abdul Majeed[(1)]
Al-Mustansiriya University College of Basic Education Department of Mathematics

Banalaa22357@yahoo.com

Abstract:

The transportation model is a fundamental model in operations research because its important role in improving distribution decisions and reducing logistics costs. This research studies the sensitivity analysis of the optimal solution for a multi-stage transportation model using linear programming, considering potential changes in model parameters such as supply and demand, transportation costs, and operational constraints. The research begins by presenting the theoretical foundations of linear programming and the classical transportation problem and its mathematical formulation. It then expands upon this by focusing on a multi-stage transportation model consisting of three main stages: the movement of goods from production centers to collection centers (intermediate centers), and finally to distribution centers or end customers.The mathematical model is designed to minimize the total transportation cost while considering supply and demand

constraints, as well as capacity limitations or shipping restrictions between different stages. Given the continuous changes inherent in transportation and distribution systems, which can affect the stability of optimal solutions, sensitivity analysis is employed to examine the impact of potential changes in model parameters on the optimal solution. The research also proposes a new quantitative index to measure the degree to which the optimal solution is affected by changes in model parameters, called the Optimal Solution Sensitivity Change Index (OSSCI). This index aims to measure the extent to which the value of the optimal solution changes as a result of changes in various model parameters. This index provides an analytical tool that helps decision-makers assess the stability of optimal solutions and determine their sensitivity to data changes, thereby enhancing the efficiency of planning and decision-making in multistage transport networks.

The results indicate that using the proposed index provides a deeper understanding of how parameter changes affect the optimal solution and helps evaluate the flexibility of the multistage transport model and its adaptability to changing operational conditions.

Keywords: Multistage transport, Linear programming, Sensitivity analysis, OSSCI