قياس كفاءة أسلوب بيز مع طرائق أخرى لتقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل ذي المعلمتين

د.عواطف رزوقي مزعل
الجامعة المستنصرية/ كلية التربية-الرياضيات

المستخلص:

يتناول هذا البحث مقارنة عدة مقدرات لمعلمة القياس لتوزيع ويبل ذي المعلمتين $WE(\lambda,\theta)$, حيث λ معلمة الشكل و θ معلمة القياس وتحت افتراض إن λ معلومة. تم تقدير المعلمة θ بطريقة الإمكان الأعظم وطريقة مقدر (Minimax estimator) الذي يعتمد على طريقة بيز في التقدير وتحت دالة خسارة تربيعية ولابد من إيجاد المقدر الذي يجعل اكبر خسارة متوقعة هي اقل ما يمكن،ومقدر الوسيط والمقدر الرابع هو مقدر وايت المعتمد على الانحدار ومقدر طريقة المربعات الصغرى .وسوف تتم المقارنة بين المقدرات باعتبار إن λ ثابت مفروض وتجرى المقارنة بين المقدرات الأربعة للمعلمة θ بواسطة المحاكاة وباعتماد المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ mse كأساس في المقارنة وتحت حجوم العينات $n = 10,25,50,100$ وقيم مختلفة للمعلمات والتي أظهرت بان الطريقة minimax المعتمدة على دالة الخسارة التربيعية mom كانت أفضل وأكفاء طريقة لأنها حققت اقل MSE لجميع الحالات وأحجام العينات المستخدمة في البحث.

هدف البحث:

في ظل التطور السريع الذي تشهدهُ دراسات المعولية ظهرت مؤخراً العديد من التوزيعات التي تصف بدقة أوقات الفشل، ويعتبر توزيع ويبل هو من التوزيعات المهمة التي تصف أوقات الفشل في تطبيقات المعولية خصوصاً في حالة كون دالة المخاطرة متغيرة مع الزمن، وهذه الصفة جعلت منه أنموذج جيد وكفوء في وصف العديد من بيانات الفشل.يهدف هذا البحث إلى المقارنة بين أربع مقدرات(طريقة الإمكان الأعظم وminimax بنوعيه ومقدر المربعات الصغرى) لمعلمة القياس θ لتوزيع ويبل ذي المعلمتين باعتبار أن معلمة الشكل λ معلومة .

الجانب النظري:

تُعرف الدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي المستمر x والذي يتوزع توزيع ويبل بالمعلمتين (θ,λ) بالمعادلة:

$$f(t;\lambda,\theta)=\lambda/\theta x^{\lambda-1}e^{-x^{\lambda}/\theta} \quad , \ x,\lambda,\theta>0 \quad \text{...}(1)$$

إذ إن:

λ :تمثل معلمة الشكل shape parameter.

θ:تمثل معلمة القياس scale parameter.

إن دالة التوزيع التجميعية لهذا التوزيع هي:

$$F(x;\lambda,\theta)=1-e^{-x^{\lambda}/\theta} \qquad \theta,\lambda,t>0 \quad \text{...}(2)$$

طرائق التقدير المستخدمة في البحث هي:

1− طريقة الإمكان الأعظم:Maximum Likelihood Method(m.l.e)

تعتبر هذه الطريقة إحدى أهم طرائق التقدير والتي تهدف إلى جعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى،فإذا كانت لدينا عينة عشوائية $(x_1,...,x_n)$، تتوزع وفقا لتوزيع ويبل بمعلمة شكل λومعلمة قياس θ، فان مقدر الإمكان الأعظم هو الذي يجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى ويمكن الحصول عليه باشتقاق لوغاريتم دالة الإمكان ومساواتها بالصفر،فإذا كانت(x) تتوزع توزيع ويبل بمعلمتين(λ,θ) فان دالة الإمكان ستكون كالآتي:

$$; \quad (x_i,\lambda,\theta>0), i=1,2,...,n \qquad \text{..................}(3)$$

$$L(x_1,x_2,...,x_n;\lambda,\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\lambda,\theta)=(\lambda^n/\theta^n)\prod_{i=1}^{n}(x_i^{\lambda-1})e^{-\sum_{i=1}^{n}x_i^{\lambda}/\theta}$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين فان المعادلة السابقة تصبح كالأتي:

$$\ln(L)=-n\log(\theta)+n\log(\lambda)+(\lambda-1)\sum_{i=1}^{n}\log(x_i)-\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i^{\lambda}}{\theta} \qquad \text{..................}(4)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (6) بالنسبة لكل من المعلمتين θ،مع اعتبار λ معلومة ومساواتها بالصفر نحصل على مقدر طريقة الإمكان

الأعظم التالي:

$$\hat{\theta}_{mle}=\frac{T}{n} \qquad \text{..}(5)$$

آذ أن

$$T=\sum_{i=1}^{n}x_i^{\lambda}$$

2− طريقة minimax:Method of Minimax (m.o.m)

يعتمد هذا المقدر بالاساس على نظرية (lehmann's theorem) فإذا كانت لدينا ($\tau=F_\theta,\theta\in\Phi$) عائلة من دوال التوزيع وان D هو مجال المعلمة θ فان $d^*\in D$ يسمى مقدر بيز للمعلمة θبافتراض توزيع أولي للمعلمة θ هو $\xi^*(\theta)$ على الفضاء Φ وان دالة المخاطرة المترتبة على هذا المقدر $R(d^*,\theta)$

ستكون ثابتة وان d^* هو مقدر minmax بافتراض دالة خسارة تربيعية $L = Loss = \left(\frac{\theta - d_1}{\theta}\right)^2$ وسوف نوجد المقدر (d_1) باعتبار أن التوزيع الأولي للمعلمة θ هو توزيع كاما

$\theta > 0, \alpha, \beta > 0$ ....(6)

$$\pi(\theta) \propto \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}} \theta^{-(\alpha+1)} e^{-\frac{1}{\beta\theta}}$$

سيتم اشتقاق صيغة للمقدر (d_1) للمعلمة θ بعد أن تبين أن التوزيع اللاحق للمعلمة θ بوجود عينة عشوائية من X هي $(x_1,...,x_n)$ سيكون

$$\pi(\theta \setminus \underline{x}) = \frac{\left(\frac{1}{\theta}\right)^{\alpha+n+1} e^{-\frac{1}{\theta}(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta})}}{\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\theta}\right)^{\alpha+\beta+1} e^{-\frac{1}{\theta}(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta\theta})d\theta}} \qquad \text{.................................(7)}$$

وبعد أجراء التكامل والاختصار يكون التوزيع اللاحق $\pi(\theta \setminus \underline{x})$ هو أيضا كاما

$$\pi(\theta \setminus \underline{x}) = \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta})^{n+\alpha}}{\Gamma(n+\alpha)} (1/\theta)^{\alpha+n+1} e^{-\frac{1}{\theta}(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta})} \qquad \text{...............(8)}$$

$$\pi(\theta \setminus \underline{x}) \sim Gamma(n+\alpha, \sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta})$$

وطبقا لدالة الخسارة التربيعية

$$Loss = \left(\frac{\theta - d_1}{\theta}\right)^2$$

$$R(d_1, \theta) = E(loss) = \int_0^{\infty} \left(\frac{\theta - d_1}{\theta}\right)^2 \pi(\theta \setminus \underline{x}) d\theta \qquad \text{..........(9)}$$

$$= \pi(\theta \setminus \underline{x}) - 2d_1 E(\frac{1}{\theta}) + d_1^2 E(\frac{1}{\theta^2})$$

$$\frac{\partial R(d_1, \theta)}{\partial d_1} = -2E(\frac{1}{\theta}) + 2d_1 E(\frac{1}{\theta^2}) \qquad \text{...........(10)}$$

$$\Rightarrow \quad d_1^* = \frac{E(\frac{1}{\theta})}{E(\frac{1}{\theta^2})} \qquad \text{...(11)}$$

ولابد من إيجاد هذه التوقعات

$$E(\frac{1}{\theta}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta} \pi(\theta \setminus \underline{x}) d\theta = \frac{(n+\alpha)}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta})} \qquad \text{.......................(12)}$$

$$E(\frac{1}{\theta^2}) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\theta^2} \pi(\theta \setminus \underline{x}) d\theta = \frac{(n+\alpha)(n+\alpha+1)}{(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta})^2} \qquad \text{.....................(13)}$$

$$\therefore d_1^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda} + \frac{1}{\beta}}{n+\alpha+1} \qquad \ldots\ldots(14)$$

$$= k_1(T + \frac{1}{\beta}) \qquad \ldots\ldots(15)$$

اذ ان

$$k1 = \frac{1}{n+\alpha+1} \qquad \ldots\ldots(16)$$

$$T = \sum_{i=1}^{n} x_i^{\lambda}$$

اما دالة الخسارة الناتجة عن المقدر d_1^*وهي δ_θ^β

$$R(\theta) = E(Loss) = E\left(\frac{\delta_\theta^\beta - \theta}{\theta}\right)^2 \qquad \ldots\ldots(17)$$

$$R(\theta) = \frac{1}{\theta^2}\left[k_1^2 E(T + \frac{1}{\beta})^2 - 2K_1\theta E(T + \frac{1}{\beta}) + \theta^2\right] \qquad \ldots\ldots(18)$$

$$\because X_i \sim weibull\ (\theta)$$

$$\therefore T = \sum_{i=1}^{n} X_i \sim Gamma(n,\theta)$$

وعليه فان

$$E(T + \frac{1}{\beta}) = n\theta + \frac{1}{\beta} \qquad \ldots\ldots(19)$$

$$E(T + \frac{1}{\beta})^2 = E(T^2) + \frac{2}{\beta}E(T) + \frac{1}{\beta^2} = n(n+1)\theta^2 + \frac{2}{\beta}n\theta + \frac{1}{\beta^2} \qquad \ldots\ldots(20)$$

وعند تعويض قيم التوقعات في المعادلة(18)سوف تصبح دالة الخسارة

$$R(\theta) = n(n+1)k_1^2 + \frac{2k_1(nk_1 - 1)}{\beta\theta} + \left(\frac{k_1}{\beta\theta}\right)^2 - 2nk_1 + 1 \qquad \ldots\ldots(21)$$

وهنا نجد أن $R(\theta)$ليست ثابتة ولكنها تعتمد على (β,θ)وبذلك يكون مقدر دالة المخاطرة $\delta_\theta^\beta = k_1(T + \frac{1}{\beta})$

Risk function estimator هو ليس بالضبط مقدر من نوع minimax estimator

ولكن عندما $\beta \to \infty$ فان

$$R(\theta) = n(n+1)k_1^2 - 2nk_1 + 1 \qquad \ldots\ldots(22)$$

وهي مستقلة عن θوعندئذ يكون δ_θ^β هو مقدر θ semi-minimax estimator of

3- طريقة الوسيط :Median Method(med)

من خلال دالة التوزيع التراكمية لهذا التوزيع ،نفرض

$$p = 1 - e^{-\frac{x_i^{\lambda}}{\theta}} \qquad \ldots\ldots(23)$$

$$(1-p) = 1 - e^{-\frac{x_i^{\lambda}}{\theta}} \qquad \ldots\ldots(24)$$

$$\log(1-p) = \frac{-x^{\lambda}}{\theta} \qquad \ldots\ldots(25)$$

وبإجراء بعض الترتيب ،نلاحظ

$$\Rightarrow \quad x = [-\theta\log(1-p)]^{1/\lambda} \qquad \ldots\ldots(26)$$

ويمكن الحصول على الوسيط وذلك عندما $p = 0.5$ ،أي أن:

$$x_{median} = [-\theta\log(0.5)]^{1/\lambda} \qquad \ldots\ldots(27)$$

$$\Rightarrow \quad \theta_{med} = \frac{x^{\lambda}_{median}}{\log(2)} \qquad \ldots\ldots(28)$$

4- طريقة العزوم Method of moment(momt)

تستند هذه الطريقة على مبدأ مساواة عزوم العينة مع عزوم المجتمع ومن ثم إيجاد الحل للمعادلات الناتجة،فإذا كان

$$E(x) = \int_0^{\infty} x \frac{\lambda x^{\lambda-1} e^{-x^{\lambda}/\theta}}{\theta} dx \qquad \ldots\ldots(29)$$

$$= \theta^{1/\lambda} \overline{)1/\lambda + 1}$$

ومن ثم

$$\theta^{1/\lambda} \overline{)1/\lambda + 1} = \bar{x} \qquad \ldots\ldots(30)$$

ومن خلال حل المعادلة السابقة نحصل على مقدر العزوم التالي:

$$\hat{\theta}_{mom} = \left[\frac{\bar{x}}{\overline{)1/\lambda + 1}}\right]^{\lambda} \qquad \ldots\ldots(31)$$

5- طريقة المربعات الصغرى: Ordinary Least Square Method (olsm)

تعتمد هذه الطريقة على أسلوب الانحدار ،فمن خلال الدالة الاحتمالية التراكمية (cdf)،حيث أن:

$$F(x_i) = 1 - e^{-\frac{x_i^{\lambda}}{\theta}} \qquad \ldots\ldots(32)$$

$$\therefore e^{-\frac{x_i^{\lambda}}{\theta}} = 1 - F(x_i) \qquad \ldots\ldots(33)$$

وبأخذ اللوغاريتم

$$\therefore \frac{-x_i^{\lambda}}{\theta} = \log(1 - F(x_i)) \qquad \ldots\ldots(34)$$

من جديد نأخذ اللوغاريتم مع التبسيط ينتج:

$$\log[-\log(1 - F(x_i))] = \lambda\log x_i - \log\theta \qquad \ldots\ldots(35)$$

$$\log t_i = \lambda\log x_i - \log\theta \qquad \ldots\ldots(36)$$

وعند مقارنة هذه المعادلة مع معادلة الانحدار الخطي البسيط نجد ان

$$E(y_i) = \alpha + \beta x_i$$

$$\alpha = -\log\theta$$

$\lambda = \beta$

$x_i = \log(x_i)$

$y_i = \log(-\log(1 - F(x_i)))$

وطبقا لمقدرات المربعات الصغرى لمعادلة الانحدار الخطي البسيط فان

$$\beta^{\wedge} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad \text{.............................(37)}$$

$$\alpha^{\wedge} = \bar{y} - \beta^{\wedge}\bar{x} \qquad \text{.............................(38)}$$

$$\therefore \alpha^{\wedge} = -\log\theta \implies \theta^{\wedge} = e^{-\alpha^{\wedge}} \qquad \text{.................................(39)}$$

$$\lambda^{\wedge} = \beta^{\wedge} \qquad \text{.......................................(40)}$$

الجانب التجريبي:

تم إجراء البحث باستخدام المحاكاة لغرض المقارنة بين الطرائق المختلفة تجريبياً،حيث يتميـز هذا الأسلوب بالمرونة ويوفر الكثير من الوقت والجهد والمال وفيه يتم توليد البيانات نظرياً مـن دون الحصول عليها عملياً وأيضا دون الإخلال بدقة النتائج المطلوبة وتتلخص هـذه الطريقـة بـالخطوات التالية:

1- تحديد القيم الافتراضية: لقد تم اختيار أربعة أحجام للعينات هي (10،25،50،100). وقيم مختلفة أيضاً لمعلمات التوزيع الحقيقية وهي موضحة في الجدول التالي:

جدول رقم (1) يوضح القيم المختلفة للمعلمات المستخدمة في البحث

الحالات	θ	λ	α	β
1	0.5	1	0.5	1
2	0.5	1	0.5	1
3	0.5	1	1	0.5
4	0.5	1	1	0.5
5	1	0.5	0.5	1
6	1	0.5	0.5	1
7	1	0.5	1	0.5
8	1	0.5	1	0.5
9	0.5	1	0.5	1
10	0.5	1	0.5	1
11	0.5	1	1	0.5
12	0.5	1	1	0.5
13	1	0.5	0.5	1
14	1	0.5	0.5	1
15	1	0.5	1	0.5
16	1	0.5	1	0.5

2- توليد البيانات: وفيها يتم توليد البيانات التي تخضع لتوزيع ويبل ووفقاً لكل قيمة من قيم المعلمات الافتراضية

وحجم العينة المحدد في الخطوة (1) ويتم من خلال:

أ- توليد أرقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1) .

$$U_i \sim U(0,1) \quad , \quad i = 1,...,n \qquad \text{........................(41)}$$

U_i:يمثل متغير عشوائي مستمر يتم توليده باستخدام الحاسبة الالكترونية وفقاً للصيغة $U = Rand$.

ب- تحويل البيانات المولدة في الخطوة (أ)والتي تتبع التوزيع المنتظم إلى بيانات تتبع توزيع ويبل، و باستخدام

دالة التوزيع التجميعية وحسب طريقة التحويل المعكوس ينتج:

$$F(x;\lambda,\theta) = 1 - e^{-x_i^{\lambda}/\theta} \qquad \text{.....................(42)}$$

ومن ثم فان:

$$U = 1 - e^{-x_i^{\lambda}/\theta} \qquad \text{.....................(43)}$$

وبإجراء بعض العمليات الجبرية البسيطة ينتج:

$$x = (-\theta \log(1-U))^{1/\lambda} \qquad \text{.....................(44)}$$

ج- في هذه المرحلة يتم تقدير معلمات توزيع ويبل ولكافة الطرائق المبينة سابقاً وبالاعتماد على (x_i)المولدة في الخطوة(ب) ولغرض الوصول للمقدر الأفضل فقد تم الاعتماد على المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطاء(MSE) كأساس للمقارنة والذي يأخذ الصيغة التالية:

$$MSE(\theta^{\wedge}) = \frac{\sum_{i=1}^{L}(\theta^{\wedge} - \theta)^2}{L} \qquad \text{.............................(45)}$$

ولحجم مكرر(L=1000) وبالاعتماد على البرنامج الذي تم كتابته باستخدام تطبيق MATLAB-R2010a الحديث، فان الجداول من رقم (2) تبين نتائج هذه البحث.

الاستنتاجات:

من الجداول رقم (2) تبين الأتي:

1- أظهرت نتائج المحاكاة بان الطريقةminimax المعتمدة على دالة الخسارة التربيعية mom كانت أفضل وأكفاء طريقة لأنها حققت اقل MSE لجميع الحالات وأحجام العينات المستخدمة في البحث .

2- أظهرت نتائج المحاكاة بان طريقة الإمكان الأعظم mle والعزوم كانت ثاني وثالث أفضل وأكفاء طريقة على التوالي تقريبا لأنها حققت ثاني وثالث اقل MSE لجميع الحالات وأحجام العينات المستخدمة في البحث .

3- أظهرت نتائج المحاكاة إن طريقة المربعات الصغرى كانت أسوء طريقة لجميع الحالات وأحجام العينات المستخدمة في البحث.

4- كانت قيم MSE تتناقص مع ازدياد حجم العينة ولجميع الحالات وهذا يتطابق مع النظرية الإحصائية، مما يؤكد صحة الجانب النظري من هذا البحث حول سلوك هذه الدالة.

التوصيات:

1- يمكن اعتماد طريقةminimax المعتمدة على دالة الخسارة التربيعية mom في البحوث التي تتطلب تقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل .

2- يوصي الباحث بتطوير البحث ليشمل حالة تقدير المعلمتين ودالة المعولية وفي حالة البيانات تحت المراقبة وبشكل مفصل .

جدول رقم (2) يبين قيم متوسط مربعات الخطأ لجميع الطرائق وأحجام العينات المستخدمة في تجربة المحاكاة

	n	mle	mom	med	ols	mom	ترتيب افضلية الطرائق				
							mle	mom	med	ols	mom
1	10	0.024598	0.01909	0.051043	1.9014	0.0245977	2	1	3	4	2
	25	0.010365	0.0092	0.022156	1.74088	0.0103652	2	1	3	4	2
	50	0.00521	0.00493	0.010254	1.6784	0.0052096	2	1	3	4	2
	100	0.002472	0.00241	0.005507	1.64256	0.002472	2	1	3	4	2
2	10	0.026482	0.01771	0.046288	2.14108	0.0295977	2	1	3	4	3
	25	0.010351	0.00636	0.013048	1.78771	0.0255977	2	1	3	4	4
	50	0.006638	0.00333	0.007327	1.70464	0.0113652	2	1	3	4	4
	100	0.00345	0.00038	0.003588	1.62846	0.0062096	2	1	3	4	4
3	10	0.026099	0.02307	0.041587	2.02943	0.003472	2	1	3	4	1
	25	0.012369	0.00961	0.015635	1.79802	0.0295977	2	1	3	4	4
	50	0.005522	0.00247	0.006088	1.6861	0.0255977	2	1	3	4	4
	100	0.003354	0.00036	0.003532	1.67433	0.0113652	2	1	3	4	4
4	10	0.025283	0.02232	0.066768	2.15891	0.0062096	2	1	3	4	1
	25	0.011053	0.00792	0.017281	1.72602	0.003472	2	1	3	4	1
	50	0.006309	0.00329	0.007927	1.69671	0.0295977	2	1	3	4	4
	100	0.003331	0.00031	0.003671	1.6379	0.0255977	2	1	3	4	4
5	10	0.101804	0.07711	0.093505	0.56651	0.0113652	3	1	2	4	1
	25	0.041224	0.03386	0.040369	0.54008	0.0062096	3	1	2	4	1
	50	0.020235	0.01637	0.019802	0.54544	0.003472	3	1	2	4	1
	100	0.011139	0.00788	0.011048	0.57872	0.0295977	3	1	2	4	4
6	10	0.102402	0.07623	0.139766	0.56463	0.0255977	2	1	3	4	1
	25	0.041419	0.03432	0.04688	0.56214	0.0113652	2	1	3	4	1
	50	0.022516	0.01829	0.024156	0.56263	0.0062096	2	1	3	4	1
	100	0.010765	0.00752	0.01103	0.57821	0.003472	2	1	3	4	1
7	10	0.097749	0.06519	0.088905	0.51784	0.0295977	3	1	2	4	1
	25	0.041132	0.03241	0.039107	0.53339	0.0255977	3	1	2	4	1

	50	0.021907	0.01733	0.021339	0.56603	0.0113652	3	1	2	4	1
	100	0.010971	0.00758	0.01083	0.57771	0.0062096	3	1	2	4	1
8	10	0.108173	0.07243	0.159301	0.5377	0.003472	2	1	3	4	1
	25	0.041471	0.0327	0.046439	0.54407	0.0295977	2	1	3	4	1
	50	0.021872	0.0173	0.022736	0.56977	0.0255977	2	1	3	4	4
	100	0.011401	0.008	0.011765	0.57797	0.0113652	2	1	3	4	2
9	10	0.027102	0.0182	0.024721	2.05006	0.0062096	3	1	2	4	1
	25	0.010911	0.00697	0.010658	1.7526	0.003472	3	1	2	4	1
	50	0.006086	0.00283	0.006018	1.66419	0.0295977	3	1	2	4	4
	100	0.003659	0.00059	0.003641	1.62802	0.0255977	3	1	2	4	4
10	10	0.027059	0.01845	0.064095	2.11789	0.0113652	2	1	3	4	1
	25	0.011332	0.0073	0.01622	1.7748	0.0062096	2	1	3	4	1
	50	0.006081	0.00281	0.007237	1.67335	0.003472	2	1	3	4	2
	100	0.00351	0.00044	0.003766	1.63272	0.0295977	2	1	3	4	4
11	10	0.026597	0.0229	0.032577	2.52122	0.0255977	2	1	3	4	2
	25	0.01159	0.00862	0.012884	1.76752	0.0113652	2	1	3	4	2
	50	0.006389	0.00339	0.006718	1.68661	0.0062096	2	1	3	4	2
	100	0.00345	0.00043	0.003508	1.61835	0.003472	2	1	3	4	3
12	10	0.028497	0.02501	0.09165	2.05314	0.0295977	2	1	3	4	3
	25	0.010561	0.00789	0.020296	1.71079	0.0255977	2	1	3	4	4
	50	0.005807	0.00279	0.007921	1.63972	0.0113652	2	1	3	4	4
	100	0.003451	0.00049	0.00407	1.66747	0.0062096	2	1	3	4	4
13	10	0.094163	0.07156	0.078124	0.54593	0.003472	3	1	2	4	1
	25	0.040519	0.0336	0.03755	0.54754	0.0295977	3	1	2	4	1
	50	0.020054	0.01607	0.019316	0.56483	0.0255977	3	1	2	4	4
	100	0.010981	0.00773	0.010784	0.58094	0.0113652	3	1	2	4	4
14	10	0.103356	0.07608	0.185913	0.5491	0.0062096	2	1	3	4	1
	25	0.038181	0.03139	0.048603	0.54948	0.003472	2	1	3	4	1
	50	0.019624	0.01574	0.021674	0.56253	0.0295977	2	1	3	4	4
	100	0.010804	0.00756	0.011344	0.58254	0.0255977	2	1	3	4	4
15	10	0.10668	0.07139	0.08347	0.55415	0.0113652	3	1	2	4	1
	25	0.040211	0.03162	0.036199	0.54641	0.0062096	3	1	2	4	1
	50	0.02098	0.01647	0.019932	0.55911	0.003472	3	1	2	4	1
	100	0.011635	0.00822	0.011306	0.58611	0.0295977	3	1	2	4	4
16	10	0.101338	0.06768	0.178541	0.50903	0.0255977	2	1	3	4	1
	25	0.044411	0.03522	0.056852	0.53591	0.0113652	2	1	3	4	1
	50	0.02098	0.01647	0.023557	0.56831	0.0062096	2	1	3	4	1
	100	0.010569	0.0072	0.011139	0.57963	0.003472	2	1	3	4	1

المصادر

1- Dey,S. (2008)."Minimax Estimation of the Parameter of the Rayleigh Distribution under Quadratic Loss Function",Data Science Journal, vol.7, pp.23-30.

2- Gupta, R.D.and Kundu, D. (1999)."Generalized Exponential Distribution", Australian and New Zealand Journal of Statistics, vol. 41, pp.173-188.

3- Singh,R.,Singh,S.K,Singh,U and Singh,G.P.(2008),"Bayes Estimator of Generalized Exponential Parameters under LINEX Loss Function using Lindleys Approximation",Data Science Journal ,vol.7,pp.65-75.

4- Roy,M.K,Podder,C.K and Bhuiyan,K.J.(2002),"Minimax Estimation of the Scale Parameter of the Weibull Distribution for the Quadratic and MLINEX Loss Function ",Jahangirnaj-ar University Journal of Science,vol.25,pp.277-285.

ملحق رقم (1)

```
%%Program for estimation of Parameters of weibull
distribution%%
rand('state',sum(100*clock));
n=100 ;
theta=0.5;
lemda=1;
elpha=0.5;
beta=1;
L=1000;
for q=1:1000
U=rand(1,n);
x=(-theta.*log(1-U)).^(1/lemda);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T=sum(x.^lemda);
theta_mle(q)=T/n;%%%%%%%%%%mle
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
k1=(1/(n+elpha+1));
theta_mom(q)=k1*(T+1/beta);%%%%%%%%%%%%%%%%minimax_Quadratic
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
X=log(x);
i1=1:1:n;
F=i1./(n+1);
Y=log(-log(1-F));
b1=(X*Y'-n*mean(X)*mean(Y))/(sum(X.^2)-n*(mean(X))^2);%ols
a1=mean(Y)-b1*mean(X);
theta_ols(q)=exp(-a1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
theta_med(q)=(median(x)^lemda)/(log(2));%median
theta_mome(q)=(mean(x)/gamma(1/lemda+1));%moment
end
mse_mle=mean((theta_mle-theta).^2);
mse_mom=mean((theta_mom-theta).^2);
mse_ols=mean((theta_ols-theta).^2);
mse_med=mean((theta_med-theta).^2);
mse_mome=mean((theta_mome-theta).^2);

MSE=[mse_mle mse_mom mse_med  mse_ols mse_mome]
```

The Efficiency Measure between Bayes and other Methods for Estimation of Scale Parameter for Weibull Distribution

ABSTRACT:

This paper is concerned with problem of comparing different estimators of the scale parameter of two parameters weibull distribution $WE(\lambda,\theta)$ where is λ shape parameter and θ is scale parameter and then comparing the efficiency of the estimators which are maximum likelihood and minimax estimator with (quadratic loss function) ,median method and moment method. the comparison was done using simulation procedure with different sample size and values of parameters ,on the bases of simulation experiment we conclude that minimax method with quadratic loss function was the best method at all sample size and values of parameters.