استكشاف ومعالجة تأثير القيم الشاذة في نماذج اتخاذ القرارات الخطية غير المقيدة ونماذج الانحدار الخطب(مع التطبيق العملي)

م. رشيد بشير رحيمة
جامعة ذي قار / كلية الإدارة والاقتصاد/ قسم الإحصاء
م. خولة عبد الحسين سوير **م.م. واثق حياوي لايذ**
جامعة بغداد / كلية الهندسة / قسم الميكانيك كلية الإدارة والاقتصاد/ قسم الإحصاء

الملخص:

ان وجود القيم الشاذة ضمن مجموعة من البيانات يؤثر بشكل كبير على نتائج التحليل الاحصائي للبيانات، وبالتالي على عملية أتخاذ القرار المناسب لذلك لا بد من دراسة هذه القيم وطرق الكشف عنها وتقديرها . هذه المشكلة تم دراستها في بعض مسائل الانحدار الخطي ونماذج البرمجة الخطية ولكنها لم تلقى الاهتمام نفسه في نماذج البرمجة الخطية غير المقيدة (تحتوي نماذجها متغيرات حرة) والتي تعتبر من أهم المواضيع في بحوث العمليات لاستخداماتها المتعددة ولقدرتها في التعامل مع متغيرات قرار غير مقيدة بإشارة (يسمح للمتغير ان يكون سالبا أو موجبا أو صفرا) . تم في هذا البحث استكشاف وتحديد القيم الشاذة في تلك النماذج وكيف يمكن لهذه القيم أن تؤثر على الحل الامثل وبالتالي على اتخاذ القرار المناسب . وقد استعملت طريقة المصفوفة المقدرة لتحديد القيود الشاذة ومعالجتها ليصبح النموذج المعتمد أكثر ملائمة لتحقيق الأهداف . حيث امتازت هذه الطريقة بالبساطة وسهولة الحساب فضلا عن الوضوح في تحديد المشاهدات الشاذة.

١-المقدمة:

إن لعلم التخطيط دور بارز في تنمية البلدان نظرا لما يعكسه هذا العلم من جوانب ايجابية في عملية نجاح سياسات هذه البلدان في مختلف المجالات الاقتصادية والاجتماعية وما إلى ذلك . تعتبر البرمجة الخطية غير المقيدة من المواضيع المهمة في بحوث العمليات للاستعمال الواسع لنماذجها في الشركات والمصانع الإنتاجية والسيطرة على الخزين وغيرها من النماذج التي تحتوي متغيرات قرار غير مقيدة بإشارة . [١٥] ,[٥] ,[٤] ,[٣] ويعد موضوع الانحدار من المواضيع التي أصبحت ذات تطبيقات واسعة من فبل المهتمين في مختلف العلوم الاجتماعية والاقتصادية، لأنه يصف العلاقة بين المتغيرات على هيئة معادلة .[١٥] ,[٥] ونظراً للتطور العلمي الحاصل في العديد من المجالات العلمية التي تستخدم جوانب النظرية الإحصائية كأدوات في تطبيقاتها العلمية وانعكاس تطور تلك النظرية عليها , برزت أهمية جمع البيانات وحاجة الباحثين لهذه البيانات في عملية التحليل بجوانبه المختلفة بدءاً من المشكلة ثم بتقدير النموذج الملائم لها مروراً باختبار الفرضيات والمزاعم حولها وأنتهاءاً باتخاذ القرارات بناءاً على ذلك , وللوقوف على أهمية التحليل الإحصائي في عملية التخطيط واتخاذ القرارات والتنبؤ بما يفيد الدراسة, اهتم الباحثون بنوعية البيانات , هذه البيانات إما أن تكون ممثلة للمشكلة بشكل صحيح ودقيق وبالتالي تعطي نتائج صحيحة أو أن تكون أقل تمثيلاً للمشكلة وذلك في حالات, من أبرزها أن تحتوي البيانات على قيم شاذة Outliers متأتية من خارج مجتمع الظاهرة تؤثر على عملية التحليل وبالتالي على اتخاذ القرار. [١٠],[٥],[٤],[٢]

ذهب الباحثون بعد تشخيص مشكلة وجود القيم الشاذة , للتعامل معها من جوانب مختلفة فمنهم من لاحظ ان هذه القيم تؤثر على النتائج وبالتالي أقترح حذف المشاهدات الشاذة وأجراء التحليل على بقية المشاهدات , ولهذا الجانب مذاهب وطرق, ومنهم من تعامل مع الشواذ من خلال التعامل مع الطرق الحصينة Robust حيث تكون مقدرات هذه الطرق وأحصاءات الاختبار الخاصة بها قليلة الحساسية والتأثر نسبياً تجاه الشواذ عند وجودها , وآخرين ذهبوا إلى أهمية البيانات على الرغم من وجود الشواذ لأن أي نقص في المشاهدات تعني نقص في تلك المعلومات الأمر الذي سينعكس سلبا على دقة النتائج الإحصائية عند حذف هذه القيم.[١٣] ,[١٢] [١٣] ,[٤]

٢-هدف البحث

دراســـة نماذج البرمجة الخطية غير المقيدة ونماذج الانحدار الخطي وتأثير القيم الشــاذة على تلك النماذج مع توضــيح عملية اكتشــاف تلك القيم بطريقة المصــفوفة المقدرة ومعالجتها للوصول الى النموذج الأمثل.

٣- نماذج الانحدار الخطية Linear Regression Models [١],[٤], [٥],[٦],[٢٠]

تلك النماذج التي تظهر فيها المعلمات المجهولة بصورة خطية وتكتب بصورة عامة كما يلي:

$$Y = \sum_{i=٠}^{n} B_i X_I + \in$$

أذ أن $X_٠=١$ وتشمل :

٣,١ -أنموذج الانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression Model

Modelهو الانموذج الـذي يوضـــــح العلاقـة الخطيـة بين متغير الاســـتجـابـة (Y_i) Response Variable ومتغير توضــيحي واحد (X_i) Explantory Variabl ويمكن التعبير عن العلاقة بالشكل :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \in_i \qquad , \quad i = 1,2,.....,n$$

اذ ان $\in_i$ يمثل الخطأ العشوائي

٣,٢- أنموذج الانحدار الخطي المتعدد Multiple Linear Regression Model

هو الانموذج الذي يوضـــح العلاقة الخطية بين متغير الاســـتجابة (Y_i) و K من المتغيرات التوضيحية (X_j) ويمكن التعبير عن العلاقة بصورة عامة كالاتي:

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{U} \qquad , \; i = 1,2,....,n; \; j = 1,2,......,k$$

اذ ان

$\underline{Y}$: متجه لمشاهدات متغير الاستجابة وذات بعد (nx١)

X : مصفوفة لمشاهدات المتغيرات التوضيحية وذات سعة ((nx(k+١ .

$\underline{\beta}$: متجه لمعلمات الانموذج وذات بعد ((k+١)x١).

$\underline{U}$: متجه للأخطاء العشوائية وذات بعد (nx١)

٣,٣- الصيغة الرياضية العامة للبرمجة الخطية غير المقيدة [١٤],[٦] ,[٣]

يمكن وضع صيغة ثابته للبرنامج الخطي غير المقيد بالإشارة حيث يتألف البرنامج الخطي من نموذج رياضي يتضمن دالة الهدف Z والتي تكون بحالة تكبير(Max) أو تصغير (Min) والقيود التي من الممكن ان تأخذ العلاقة الاتية (≤ ، = ، ≥) وان بعض المتغيرات أو جميع المتغيرات X_j المطلوب اتخاذ القرار بشأنها تكون غير مقيدة بإشارة (يسمح للمتغيرات أن تكون سالبة أو موجبة أو أصفار) ويمكن تمثيل هذه الصيغة كالاتي:

$$\text{Max or (Min)} = C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots + C_nX_n$$ دالة الهدف

Sub. to

القيود

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \ (\geq , = , \leq)\ b_1$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \ (\geq , = , \leq)\ b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n \ (\geq , = , \leq)\ b_m$$
$$X_1, X_2, \ldots, X_n \text{ unrestricted in sign}$$

حيث أن a_{ij}, b_i, C_j ثوابت تحدد سياق المسالة

$j=1, 2, \ldots, n \quad i=1, 2, \ldots, m$

وأن X_j متغيرات المسألة المطلوب اتخاذ القرار بشأنها.

بالإمكان وضع الصيغة العامة للبرمجة الخطية المعرفة أعلاه بصيغة المصفوفات بالشكل الاتي:

$$\text{Max or (Min)}Z = CX$$
$$AX\ (\geq\ =\ \leq)B$$
$$X \text{ unrestricted in sign}$$
$$X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)'$$
$$B = (b_1, b_2, \ldots, b_n)'$$
$$C = (C_1, C_2, \ldots, C_n)$$

وأن $A=[a_{ij}]$ مصفوفة بأبعاد $m \times n$ $\quad (j=1, 2, \ldots, n: i=1, 2, \ldots, m)$

X: تمثل متجه المتغيرات الذي يمثل حل المسالة.

A: مصفوفة معاملات القيود.

C: متجه يمثل معاملات دالة الهدف.

B: متجه يمثل قيم متغيرات الحل الاساس للمسألة.

أما التعبير CX فهو يمثل دالة الهدف.

ويمكن أيجاد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية غير المقيدة باتباع طريقة السمبلكس الاعتيادية أو المعدلة.

أن قيود نموذج البرمجة الخطية الممثل بالمقدار AX = b

يمثل بشكل عام معادلة الانحدار (والتي تكتب عادة بشكل XB=Y) لذلك يمكن أيجاد الحل لهذه المعادلة كما نجدة لأي معادلة انحدار أو نجده بطريقة السمبلكس أو السمبلكس المعدلة على وفق نموذج البرمجة الخطية كما سنلاحظ ذلك لاحقا.

عند الحل بطريقة نموذج الانحدار سيتم تحديد معاملات الانحدار B لتحديد العلاقة بين متغيرات النماذج المستقلة والتابع لها. أن تحديد تلك العلاقة يسمى تحليل الانحدار.

وتحليل الانحدار عبارة عن وسيلة إحصائية تتبع لتحديد العلاقة بين متغير مستقل واحد أو أكثر والمتغير التابع.

أن B هي الحل لمعادلة الانحدار (XB=Y) وهي تقابل الحل X في صيغة البرمجة الخطية (AX = b) المستخرج بطريقة السمبلكس أو السمبلكس المعدلة لكن هذا لا يعني تطابق الحلين دائما أذ أن حل الطريقتين يتطابق فقط عندما تحمل القيود علامة المساواة وهذا يعني أن قيم المتغيرات المهملة S_i ستكون أصفارا في جدول الحل الأمثل وقد لا تحمل القيود علامة مساواة ويتطابق الحل وهذا سيعني أن المتغيرات المهملة هي أصفارا ويمكن التحقق من ذلك لو تم الحل بطريقة السمبلكس أو السمبلكس المعدلة أذ ستكون المتغيرات المهملة أصفارا في جدول الحل الأمثل ولتوضيح ذلك سنأخذ المثال الاتي:

مثال(١)

$$Min\ Z = ٧٥X_١ + ١٢٠X_٢$$
$$S.t.$$
$$٥٠X_١ + ١٠٠X_٢ \geq ٤٢٠٠$$
$$١٠٠X_١ + ١٥٠X_٢ \geq ٦٠٠٠$$
$$X_١, X_٢\ unrestricted\ in\ sign$$

تم حل النموذج أعلاه باستخدام برنامج (Win QSB) فكانت النتائج كما يلي:-

$X_{١} = -١٢ \qquad X_{٢} = ٤٨ \qquad S_{١} = ٠ \qquad S_{٢} = ٠$

أما عند تطبيق معادلة الانحدار XB=Y المقابلة لمعادلة قيود البرمجة الخطية AX=b.

$$\therefore\ X = \begin{bmatrix} ٥٠ & ١٠٠ \\ ١٠٠ & ١٥٠ \end{bmatrix} \quad , \quad Y = \begin{bmatrix} ٤٢٠٠ \\ ٦٠٠٠ \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \left(\grave{X}X\right)^{-١} \grave{X}\, Y \quad , \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} X_{١} \\ X_{٢} \end{bmatrix}$$

$$\grave{X}X = \begin{bmatrix} ٥٠ & ١٠٠ \\ ١٠٠ & ١٥٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥٠ & ١٠٠ \\ ١٠٠ & ١٥٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٢٥٠٠ & ٢٠٠٠٠ \\ ٢٠٠٠٠ & ٣٢٥٠٠ \end{bmatrix}$$

$$\left(\grave{X}X\right)^{-١} = \begin{bmatrix} ٠.٠٠٠٥٢ & -٠.٠٠٠٣٢ \\ -٠.٠٠٠٣٢ & ٠.٠٠٠٢ \end{bmatrix}$$

$$\therefore\ \hat{B} = \begin{bmatrix} ٠.٠٠٠٥٢ & -٠.٠٠٠٣٢ \\ -٠.٠٠٠٣٢ & ٠.٠٠٠٢ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٥٠ & ١٠٠ \\ ١٠٠ & ١٥٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٤٢٠٠ \\ ٦٠٠٠ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -١٢ \\ ٤٨ \end{bmatrix}$$

$X_{١} = -١٢ \qquad X_{٢} = ٤٨$

وكما نرى فأن الحل متطابق لكلا الطريقتين لأن قيم المتغيرات المهملة ($S_{١}$, $S_{٢}$) في جدول الحل الأمثل بطريقة السمبلكس كانت أصفارا.

٤- بعض الدراسات الخاصة بموضوع البحث

ان موضوع القيم الشاذة من المواضيع المهمة والذي تناوله الباحثين في مختلف المجالات ومنها الإحصاء وبحوث العمليات وسنذكر بعض الدراسات والبحوث التي تتعلق بموضوع البحث.

قام (نبيل ناسي) عام ٢٠٠١ بتقسسم كفاءة طرق تقدير القيم الشاذة لنماذج الانحدار[٧] في عام ٢٠٠١ درس (Milan M. , Militytky J.) النقاط الشاذة في نماذج الانحدار التربيعي الاعتيادية [١٨].

في عام ٢٠٠٥ أقترح كل من (Hazelton , Moller , Turner, Baddeley) طرق إحصائية جديدة في تحليل البواقي باستخدام الرسم البياني، اضافة الى تشخيص المشاهدات المؤثرة. [١١]

في عام ٢٠٠٥ درس (أنكين) القيم الشاذة في بعض نماذج الانحدار اللاخطية والمقارنة بينهما ضمن نطاق معين من التطبيقات [٥].

وفي عام ٢٠٠٥ قدم كل من (Kosorok , Wei) طريقة لنوع من أنواع الدوال الحساسة التي لها أمكانية تبيان المشاهدة التي تساهم بقدر في تأثير الإخفاء أثناء عملية تشخيص القيم الشاذة داخل نماذج الانحدار.[٢٣]

في عام ٢٠٠٦ أهتم (رحيم جبار ظاهر) بدراسة الكشف عن القيم الشاذة في بيانات تصميم خطط المعاينة المتزنة باستثناء الوحدات المجاورة وكيف يمكن لهذه القيم أن تؤثر على التحليل الإحصائي للتجربة.[٨]

في عام ٢٠٠٧ أقترحت (رشا جلال متلف) بعض الطرق لتحديد القيود الشاذة في مسائل البرمجة الخطية ونماذج الانحدار الخطي.[٦]

وفي عام ٢٠٠٧ تناول (هاني عبد الله حسن) مسألة احتساب تأثيرات الإغراق والإخفاء الناجمة عن وجود مشاهدات شاذة .[٤]

قارن كل من (Arezoo B., Habshah M., Mojtaba G. and Samaneh E.) عام ٢٠١٠ العديد من الطرق للكشف عن النقاط الشاذة في نماذج الانحدار الخطية.[٩]

٥-أيجاد النقاط أو القيود الشاذة بطريقة المصفوفة المقدرة (Hat Matrix)

عند تقدير النماذج الخطية بطريقة المربعات الصغرى يمكن دائما معرفة كم هو ابتعاد النقاط Y عن قيمتها المقدرة $\hat{Y}$ وكذلك يمكن ملاحظة النقاط المتطرفة جدا أو الشاذة عن بقية النقاط الأخرى.

أن المصفوفة المقدرة H العائدة الى مبتكر هذه التقنية John W. Tukey سنة ١٩٧٢ بإمكانها أن تحدد لنا النقاط المتطرفة أو الشاذة لذلك سنورد في البند اللاحق اشتقاق المصفوفة H من معادلة الانحدار.

٥,١- أيجاد المصفوفة المقدرة H [٢١],[٦],[١]

أن معادلة الانحدار بشكل عام ممثلة بالمعادلة

$$Y = XB + e \qquad \ldots(١)$$

وتقدير Y سيكون

$$\hat{Y} = X\,\hat{B} \qquad \ldots(٢)$$

حيث أن e تمثل الخطأ العشوائي موزعا توزيعا طبيعيا بمتوسط مقداره صفر وتباين مقداره $\sigma^{٢}$ أن تقدير B هو :

$$\hat{B} = (\grave{X}X)^{-١}\grave{X}\,Y$$

ولو عوضنا $\hat{B}$ بالمعادلة (٢) سيكون لدينا

$$\hat{Y} = X(\grave{X}X)^{-١}\grave{X}\,Y \qquad ...(٣)$$

أذن

$$\hat{Y} = \mathrm{H}\,Y \qquad ...(٤)$$

حيث

$$\mathrm{H} = X(\grave{X}X)^{-١}\grave{X}$$

أي أن H قد قدرت Y في المعادلة(٤) لذا فأن H المصفوفة المقدرة (بكسر الدال) الى Y

.

فاذا كان $X_{n\times p}$ حيث n تمثل عدد الصفوف و p تمثل عدد المتغيرات.

فأن المصفوفة المقدرة ستكون $H_{n\times n}$ وأن عناصرها تمثل مصفوفة تغاير(covariance) $\hat{Y}$ وأن مقدار الخطأ e لكل المشاهدات هو:

$$e = Y - \hat{Y}$$

$$\mathrm{Var}(\hat{Y}) = \sigma^{٢}\mathrm{H} \quad , \mathrm{Var}(e) = \sigma^{٢}(١ - H)$$

وان العناصر القطرية من H (أي h_{ii}) تعطينا المؤشر لكل عنصر من عناصر مشاهدات Y بحيث

$$\sum_{i=١}^{n} h_{ii} = P$$

٥,٢- اختبار معنوية القيود والنقاط الشاذة [٢٢], [٦], [٢], [١]

هنالك عدة اختبارات بإمكانها أن تحدد لنا شذوذ أو عدم شذوذ النقطة أو القيود بعضها يعطي مؤشرا أوليا على الشذوذ مثل الاختبار الأول (اختبار Thumb) أما أذا أردنا التأكد أكثر فبالإمكان تطبيق الاختبار الثاني (اختبار F) حيث سيؤكد لنا هذا الاختبار نتيجة الاختيار الأول أو ينفيه أما الاختبار الثالث (اختبار Cook's Di) فسيكون تأكيدا لما توصل الية الاختبار الأول والثاني أو نفيهما والاختبارات الثلاثة هي كالاتي:-

الاختبار الأول:

أن h_{ii} (أو للسهولة سنقول h_i) التي تتجاوز $\frac{٢P}{n}$ ستكون هي القيمة ذات التأثير العالي في القطر والتي تقابل السطر (القيد) الشاذ والمقابل للمتغير التابع Y . يعد هذا الاختبار

مؤشر أوليا على شذوذ هذا القيد أو هذه النقطة فإذا كانت h_i أكبر بكثير عن $\frac{٢P}{n}$ فأن احتمال الشذوذ كبير وكما يقال المثل فالعنصر الشاذ يشار اليه بالبنان أو بالأصبع لذا يسمى هذا الاختبار (role of the thumb) أو قانون الابهام.

واذا كان قليلا فأن احتمال الشذوذ سيكون خفيفا ويمكن التأكد من هذا الشذوذ بتطبيق الاختبار الثاني أما أذا لم يكن أكبر من $\frac{٢P}{n}$ فهذا يعني ان h_i ليست شاذة.

الاختبار الثاني:

يمكن تطبيق اختبار F للتاكد من قيم h_i المعنوية (الشاذة) أذ سيتم أيجاد

$$F_C = (hi-١/n)/(١/p) /(١-hi)/(n-p) \quad \sim F_t\ \alpha\ (p-١,n-p)$$

يسمى الطرف الايمن F_C القيمة المحسوبة الى F

ويسمى الطرف الايسر F_C القيمة الجدولية الى F

حيث:

$$n > p\ ,\ \ h_{ii} \neq ١\ ,\ \ h_i \neq \frac{١}{n}$$

وسنأخذ $\alpha = ٠.٠٥$ أو $\alpha = ٠.٠١$ من جدول F .

فإذا كانت $F_c > F_t$ فهذا سيعني أن هذه النقطة أو هذا القيد الذي قلنا أنه قد يكون شاذا هو فعلا شاذ عدا ذلك فالنقطة أو القيد غير شاذين.

الاختبار الثالث:

يمكن تطبيق اختبار Cook's Di للتأكد من قيم (الشاذة) أذ أن اختبار Cook's Di مرتبط ارتباطا كبيرا مع القطر H . فأن أختبار Cook's Di يعتمد على عناصر قطر H في اختيار الشاذ. أذ يمثل الشاذ في هذا الاختبار اكبر عنصر في عناصر Cook's Di وقانون اختبار Cook's Di هو:

$$D_i = \{e_i/s(١ - h_{ii})^{١/٢}\}^{٢}\ h_{ii}/P(١ - h_{ii})$$

e : يمثل الخطأ العشوائي الذي ينتج من طرح المشاهدات الحقيقية من المشاهدات المقدرة.

S : يمثل الجذر التربيعي الى $S^٢$.

h_{ii} : يمثل العناصر القطرية في H.

P : يمثل عدد المتغيرات في المسالة.

أن الاختبارات الثلاثة هذه قد لا تتفق جمعيها في تشخيص شذوذ أو عدم شذوذ نقطة أو قيد فقد يشير أحد الاختبارات الى شذوذ في حين لا يشير الى ذلك الاختبار الاخر لكن أتفاق الجميع على الشذوذ أو عدمه يؤكد قوة ذلك الاعتقاد في حين اذا أشارت أحدى الاختبارات الى الشذوذ ونفته أخرى فمعنى هذا أن الشذوذ لم يكن بالشدة او القوة بحيث تؤكده بقية الاختيارات لذلك فهو شذوذ ضعيف.

مثال(٢)/ معمل نجارة عمار يستطيع ثلاثة أنواع من الارائك ربح كل نوع منها (,٢٠$, ١٥$, ١٠$) على التوالي، أن المسلك التكنولوجي لها يمر بثلاثة ورش، الورشة الأولى هي ورشة النجارة وفيها يتم تقطيع الاجزاء الخشبية بالقياسات المطلوبة ويحتاج كل نوع منها الى ساعتين والورشة الثانية هي ورشة التجميع كل منها الى (١, ١, ٢) ساعة على التوالي، والورشة الثالثة هي ورشة التغليف وفيها يتم تغليف الاريكة بالإسفنج والقماش ويحتاج كل نوع منها الى (١, ٢, ٢) ساعة على التوالي، والزمن المتاح للورش الثلاث في الاسبوع هو (٤٨, ٥٠, ٤٨) ساعة وأن الطلب على المنتج الثاني لا يقل عن (٥) قطع وعلى المنتج الثالث عن (٢٥) قطعة في الاسبوع، فما هو المزيج السلعي الأمثل الذي يحقق أعلى الأرباح لصاحب المعمل.

الحل:- نفرض أن عدد وحدات النوع الأول من الأرائك= $X_{١}$

عدد وحدات النوع الثاني من الأرائك= $X_{٢}$

عدد وحدات النوع الثالث من الأرائك= $X_{٣}$

فيكون النموذج الرياضي لنموذج البرمجة الخطية للمشكلة كالاتي:-

$$\text{Max } Z = ١٠X_{١} + ١٥X_{٢} + ٢٠X_{٣}$$

S.t.

$$٢X_{١} + ٢X_{٢} + ٢X_{٣} \leq ٤٨$$
$$X_{١} + X_{٢} + ٢X_{٣} \leq ٤٨$$
$$X_{١} + ٢X_{٢} + ٢X_{٣} \leq ٥٠$$
$$X_{١} \geq ٥$$
$$X_{٣} \geq ٢٥$$
$$X_{١}, X_{٢}, X_{٣} \text{ unrestricted in sign}$$

تم حل النموذج أعلاه باستخدام برنامج (Win QSB) فكانت النتائج كما يلي:

$$X_{١} = -١٠, \qquad X_{٢} = ٥, \qquad X_{٣} = ٢٥$$

$$H = X(\grave{X}X)^{-١}\grave{X}$$

$$\grave{X}X = \begin{bmatrix} ٢ & ١ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ١ & ٢ & ١ & ٠ \\ ٢ & ٢ & ٢ & ٠ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٢ & ٢ \\ ١ & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ٢ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٦ & ٧ & ٨ \\ ٧ & ١٠ & ١٠ \\ ٨ & ١٠ & ١٣ \end{bmatrix}$$

$$(\grave{X}X)^{-١} = \frac{١}{٢٣} \begin{bmatrix} ٣٠ & -١١ & -١٠ \\ -١١ & ١٤ & -٤ \\ -١٠ & -٤ & ١١ \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} ٢ & ٢ & ٢ \\ ١ & ١ & ٢ \\ ١ & ٢ & ٢ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix} \frac{١}{٢٣} \begin{bmatrix} ٣٠ & -١١ & -١٠ \\ -١١ & ١٤ & -٤ \\ -١٠ & -٤ & ١١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ١ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ١ & ٢ & ١ & ٠ \\ ٢ & ٢ & ٢ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ٠.٨٦٩ & ٠.١٧٤ & ٠.٠٨٧ & -٠.٠٨٧ & -٠.٢٦٠ \\ ٠.١٧٤ & ٠.٤٣٤ & ٠.٢١٧ & -٠.٢١٧ & -٠.٣٤٨ \\ ٠.٠٨٧ & ٠.٢١٧ & ٠.٦٠٨ & ٠.٣٩١ & ٠.١٧٤ \\ ٠.٠٨٧ & ٠.٢١٧ & ٠.٣٩١ & ٠.٦٠٨ & -٠.١٧٤ \\ -٠.٢٦٠ & -٠.٣٤٨ & -٠.١٧٤ & -٠.١٧٤ & ٠.٤٧٨ \end{bmatrix}$$

يمكن كتابة العناصر القطرية للمصفوفة H كما يأتي:-

ت	١	٢	٣	٤	٥
h_{ij}	٠,٨٦٩	٠,٤٣٤	٠,٦٠٨	٠,٦٠٨	٠,٤٧٨

ولو طبقنا الاختبار الأول (Thumb test):-

$$\frac{٢P}{n} = \frac{٢ \times ٣}{٥} = ١.٢$$

وأن المقدار $\frac{٢P}{n}$ لا يشير الى وجود قيم شاذة.

ولو طبقنا الثاني:-

F_C = (hi-١/n)/(١/p) /(١-hi)/(n-p)

$F_{c١}$ = ٥,١٠٦, $F_{c٢}$ = ٠,٤١٣, $F_{c٣}$ = ١,٠٤١, $F_{c٤}$ = ١,٠٤١ , $F_{c٥}$ = ١,٠٤١

$F_{t\ ٠,٠٥}$ = ١٩, $F_{t\ ٠,٠١}$ = ٩٩

لا توجد قيم شاذة وفق لهذا الاختبار. وعند تطبيق الاختبار الثالث نحصل على:-

$$\hat{B} = \left(\grave{X}X\right)^{-١}\grave{X}\,Y$$

$$= \frac{١}{٢٣}\begin{bmatrix} ٣٠ & -١١ & -١٠ \\ -١١ & ١٤ & -٤ \\ -١٠ & -٤ & ١١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ١ & ٠ & ٠ \\ ٢ & ١ & ٢ & ١ & ٠ \\ ٢ & ٢ & ٢ & ٠ & ١ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٤٨ \\ ٤٨ \\ ٥٠ \\ ٥ \\ ٢٥ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -٣.٦٧ \\ ٣.٦٥ \\ ٢٣.٩٥ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_١ \\ B_٢ \\ B_٣ \end{bmatrix}$$

فإذا افترضنا نموذج الانحدار لهذا المثال سيكون كالاتي:-

$$\widehat{Y_١} = B_١X_١ + B_٢X_٢ + B_٣X_٣$$

حيث قيم ($X_١, X_٢, X_٣$) تؤخذ من المصفوفة X .

$$\widehat{Y_١} = -٣.٦٧ \times ٢ + ٣.٦٥ \times ٢ + ٢٣.٩٥ \times ٢ = ٤٧.٤٤$$
$$e_١ = Y_١ - \widehat{Y_١} = ٤٨ - ٤٧.٤٤ = ٠.٥٦$$
$$\widehat{Y_٢} = -٣.٦٧ \times ١ + ٣.٦٥ \times ١ + ٢٣.٩٥ \times ٢ = ٤٧.٦٨$$
$$e_٢ = Y_٢ - \widehat{Y_٢} = ٤٨ - ٤٧.٦٨ = ٠.٣٢$$
$$\widehat{Y_٣} = -٣.٦٧ \times ١ + ٣.٦٥ \times ٢ + ٢٣.٩٥ \times ٢ = ٥١.٣٣$$
$$e_٣ = Y_٣ - \widehat{Y_٣} = ٥٠ - ٥١.٣٣ = -١.٣٣$$
$$\widehat{Y_٤} = -٣.٦٧ \times ٠ + ٣.٦٥ \times ١ + ٢٣.٩٥ \times ٠ = ٣.٦٥$$
$$e_٤ = Y_٤ - \widehat{Y_٤} = ٥ - ٣.٦٥ = ١.٣٥$$
$$\widehat{Y_٥} = -٣.٦٧ \times ٠ + ٣.٦٥ \times ٠ + ٢٣.٩٥ \times ١ = ٢٣.٩٥$$
$$e_٥ = Y_٥ - \widehat{Y_٥} = ٢٥ - ٢٣.٩٥ = ١.٠٥$$

يمكن تلخيص النتائج بالجدول الاتي:

ت	Y_i	$\widehat{Y_\imath}$	e_i	$e_i^٢$
١	٤٨	٤٧,٤٤	٠,٥٦	٠,٣١٣٦
٢	٤٨	٤٧,٦٨	٠,٣٢	٠,١٠٢٤
٣	٥٠	٥١,٣٣	-١,٣٣	١,٧٦٨٩
٤	٥	٣,٦٥	١,٣٥	١,٨٢٢٥
٥	٢٥	٢٣,٩٥	١,٠٥	١,١٠٢٥

$$\boxed{\sum e_i^{٢} = ٥.١٠٩٩}$$

SSE=٥,١٠٩٩

$$S^{٢} = \frac{SSE}{n-٢} = ١.٧٠٣٣$$
$$S = \sqrt{S^{٢}} = ١.٣٠٥$$
$$D_i = \{e_i/s(١-h_{ii})^{١/٢}\}^{٢}\ h_{ii}/P(١-h_{ii})$$
$$D_{١} = ٣.١٠٨, \quad D_{٢} = ٠.٠٢٧,$$
$$D_{٣} = ١.٢٦٩٩,\ D_{٤} = ١.٤١١٤,\ D_{٥} = ٠.٣٧٨٥$$

اذا القيد الأول يعتبر شاذا حسب هذا الاختبار.

ويمكن أن نلخص نتائج الاختبارات الثلاثة للمثال كما في الجدول ادناه:-

ت	h_{ij}	الاختبار الأول	الاختبار الثاني	الاختبار الثالث
١	٠,٨٦٩	١,٢ غير شاذ	٥,١٠٦ غير شاذ	٣,١٠٨ شاذ
٢	٠,٤٣٤	١,٢ غير شاذ	٠,٤١٣ غير شاذ	٠,٠٢٧ غير شاذ
٣	٠,٦٠٨	١,٢ غير شاذ	١,٠٤١ غير شاذ	١,٣٦٩٩ غير شاذ
٤	٠,٦٠٨	١,٢ غير شاذ	١,٠٤١ غير شاذ	١,٤١١٤ غير شاذ
٥	٠,٤٧٨	١,٢ غير شاذ	٠,٥٣٢ غير شاذ	٠,٣٧٨٥ غير شاذ

مثال(٣) معمل التضامن لصناعة الشبابيك الحديدية، فكان أنتاج شباك (١٥X٢) م بثلاثة أنواع فالنوع الأول من الحديد المربع والنوع الحديد المربع وحديد T والنوع الثالث من حديد T وان ربح المنتجات الثلاث (٢٥, ٣٠, ٤٠) دولار على التوالي وأن أنتاج كل شباك يمر بأربعة مراحل هي مرحلة تقطيع الحديد بالقياسات المطلوبة وكل منتج يحتاج الى (٣, ٢,٥,

٢) ساعة على التوالي ومرحلة لحم الاجزاء وكل منتج يحتاج الى (١ ,١,٥ ,٣) ساعة على التوالي ومرحلة صب وعمل النقشات داخل الشبابيك وكل منتج يحتاج الى (٢ ,٣ ,٤) ساعة على التوالي ومرحلة التشطيب والصباغة وكل منتج يحتاج الى (٢ ,٤ ,٦) ساعة على التوالي والزمن المتاح للمراحل الأربعة في الأسبوع هو (٤٢ ,٣٢ ,٤٠ ,٣٦) ساعة وأن أنتاج المنتج الثاني لا يقل عن (٥) قطعة وأنتاج المنتج الثالث لا يزيد عن (٢٠) قطعة في الاسبوع / فما هو المزيج السلعي الذي يحقق أعلى الارباح لصاحب المعمل.

الحل:- نفرض أن عدد وحدات النوع الأول = $X_١$

عدد وحدات النوع الثاني = $X_٢$

عدد وحدات النوع الثالث = $X_٣$

فيصبح النموذج كالاتي:-

Max Z= $٢٥X_١+٣٠X_٢+٤٠X_٣$

S.t.

$٢X_١ + ٢.٥X_٢ + ٣X_٣ \leq ٤٢$

$X_١ + ١.٥\, X_٢ + ٣X_٣ \leq ٣٢$

$٢X_١ + ٣X_٢ + ٤X_٣ \leq ٤٠$

$٢X_١ + ٤X_٢ + ٦X_٣ \leq ٣٦$

$X_٢ \geq ٥$

$X_٣ \leq ٢٠$

$X_١, X_٢, X_٣$ unrestricted in sign

تم حل النموذج أعلاه باستخدام برنامج (Win QSB) فكانت النتائج كما يلي:

$X_١ = ٢١.٥, \qquad X_٢ = ٥, \qquad X_٣ = -٤.٥$

$$H = X(\grave{X}X)^{-١}\grave{X}$$

$$\grave{X}X = \begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٢ & ٢ & ٠ & ٠ \\ ٢.٥ & ١.٥ & ٣ & ٤ & ١ & ٠ \\ ٣ & ٣ & ٤ & ٦ & ٠ & ١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٢ & ٢.٥ & ٣ \\ ١ & ١.٥ & ٣ \\ ٢ & ٣ & ٤ \\ ٢ & ٤ & ٦ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ١٣ & ٢٠.٥ & ٢٩ \\ ٢٠.٥ & ٣٤.٥ & ٤٨ \\ ٢٩ & ٤٨ & ٧١ \end{bmatrix}$$

$$(\grave{X}X)^{-١} = \frac{١}{١١١.٢٥}\begin{bmatrix} ١٤٥.٥ & -٦٣.٥ & -١٦.٥ \\ -٦٣.٥ & ٨٢ & -٢٩.٥ \\ -١٦.٥ & -٢٩.٥ & ٢٨.٢٥ \end{bmatrix}$$

H

$$= \begin{bmatrix} ٢ & ٢.٥ & ٣ \\ ١ & ١.٥ & ٣ \\ ٢ & ٣ & ٤ \\ ٢ & ٤ & ٦ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix} \frac{١}{١١١.٢٥}\begin{bmatrix} ١٤٥.٥ & -٦٣.٥ & -١٦.٥ \\ -٦٣.٥ & ٨٢ & -٢٩.٥ \\ -١٦.٥ & -٢٩.٥ & ٢٨.٢٥ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٢ & ٢ & ٠ & ٠ \\ ٢.٥ & ١.٥ & ٣ & ٤ & ١ & ٠ \\ ٣ & ٣ & ٤ & ٦ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

يمكن كتابة العناصر القطرية للمصفوفة H كما يأتي:-

ت	١	٢	٣	٤	٥	٦
h_{ij}	٠,٦٥٨	٠,٢٦٣	٠,٣٤١	٠,٧٤٦	٠,٧٣٧	٠,٢٥٤

ويمكن أن تلخيص نتائج الاختبارات الثلاثة للمثال كما في الجدول ادناه:-

ت	h_{ij}	الاختبار الأول	الاختبار الثاني	الاختبار الثالث
١	٠,٦٥٨	١ غير شاذ	٢,١٥ غير شاذ	١٢.٠٦ غيرشاذ
٢	٠,٢٦٣	١ غير شاذ	٠,١٩٥ غير شاذ	١٤,٩٠٥ غير شاذ
٣	٠,٣٤١	١ غير شاذ	٠,٤٠١ غير شاذ	٠,٠٠٠١ غير شاذ
٤	٠,٧٤٦	١ غير شاذ	٣,٤٥٢ غير شاذ	١٦٥,٦٩٣ غير شاذ
٥	٠,٧٣٧	١ غير شاذ	٣,٢٧٥ غير شاذ	٤٧٢,٧٠٣ غير شاذ
٦	٠,٢٥٤	١ غير شاذ	٠,١٧٧ غير شاذ	٥٣٢,٠٠١ شاذ

مثال(٤) مصنع أحمد لصناعة المضخات المائية الكبيرة ينتج نوعين من المضخات ربح كل منهما (٦٠ ,٧٥) دولار على التوالي ، يمر كل نوع منها بسبعة ورش هي ورشة السباكة

ويتم فيها صب أجزاء المضخة الداخلية والخارجية ويحتاج كل نوع منهما الى (٩٠ ,١٠٥) دقيقة على التوالي وورشة التثقيب أجزاء المضخة بالثقوب وبالأقطار المطلوبة ويحتاج كل منها الى (١٥ ,٤٥) دقيقة على التوالي، وورشة التفريز لفتح المسننات الداخلية وبالمواصفات والقياسات المطلوبة ويحتاج كل منهما الى (٣٠ ,٧٥) دقيقة على التوالي وورشة الصباغة ويتم فيها صبغ أجزاء المضخة ويحتاج كل نوع منهما الى (٤٥ ,٦٠) دقيقة على التوالي، وورشة اللف وفيها يتم لف ملف المضخة الرئيسي والثانوي ويحتاج كل نوع منها الى (٣٠, ١٠٥) دقيقة على التوالي، وورشة التجميع والفحص ويتم فيها تجميع أجزاء المضخة وبعد ذلك فحص المضخة ومطابقتها للمواصفات المطلوبة ويحتاج كل نوع منهما الى (١٠٥, ١٣٥) دقيقة على التوالي ، وورشة التغليف ويتم فيها تغليف المضخة لتصبح جاهزة للتسويق ويحتاج كل نوع منها الى (٦٠ , ٩٠) دقيقة على التوالي، وأن الوقت المتاح للورش (١٨٠٠٠, ١٥٠٠٠, ٩٠٠٠, ١٣٥٠٠, ١٢٠٠٠, ٢١٠٠٠, ١٠٥٠٠٠) دقيقة على التوالي في الشهر، فما المزيج السلعي الذي يحقق أعلى الأرباح.

الحل:- نفرض أن عدد وحدات النوع الأول من المضخات = $X_١$

عدد وحدات النوع الثاني من المضخات = $X_٢$

يصبح النموذج كالاتي:-

$$\text{Max } Z = ٦٠X_١ + ٧٥X_٢$$

S.t.

$$٩٠X_١ + ١٠٥X_٢ \leq ١٨٠٠٠$$
$$١٥X_١ + ٤٥X_٢ \leq ١٥٠٠٠$$
$$٣٠X_١ + ٧٥X_٢ \leq ٩٠٠٠$$
$$٤٥X_١ + ٦٠X_٢ \leq ١٣٥٠٠$$
$$١٠٥X_١ + ٣٠X_٢ \leq ١٢٠٠٠$$
$$١٣٥X_١ + ١٠٥X_٢ \leq ٢١٠٠٠$$
$$٦٠X_١ + ٩٠X_٢ \leq ١٠٥٠٠$$

$X_١, X_٢$ unrestricted in sign

تم حل النموذج أعلاه باستخدام برنامج (Win QSB) فكانت النتائج كما يلي:

$$X_١ = ١٠٠, \qquad X_٢ = ٥٠$$

$$H = X(\grave{X}X)^{-١}\grave{X}$$

$$(\grave{X}X)^{-١} = \frac{١}{٤٣٦٥٩٠٠٠٠}\begin{bmatrix} ٤٢٣٠٠ & -٣٧٨٠٠ \\ -٣٧٨٠٠ & ٤٤١٠٠ \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} ٩٠ & ١٠٥ \\ ١٥ & ٤٥ \\ ٣٠ & ٧٥ \\ ٤٥ & ٦٠ \\ ١٠٥ & ٣٠ \\ ١٣٥ & ١٠٥ \\ ٦٠ & ٩٠ \end{bmatrix} \frac{١}{٤٣٦٥٩٠٠٠٠٠} \begin{bmatrix} ٤٢٣٠٠ & -٣٧٨٠٠ \\ -٣٧٨٠٠ & ٤٤١٠٠ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٩٠ & ١٥ & ٣٠ & ٤٥ & ١٠٥ & ١٣٥ & ٦٠ \\ ١٠٥ & ٤٥ & ٧٥ & ٦٠ & ٣٠ & ١٠٥ & ٩٠ \end{bmatrix}$$

يمكن كتابة العناصر القطرية للمصفوفة H كما يأتي:-

ت	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
h_{ij}	٠,٢٦٢	٠,١٠٩	٠,٢٦٥	٠,٠٩٢	٠,٦١٣	٠,٤٢٤	٠,٢٣١

ويمكن أن تلخيص نتائج الاختبارات الثلاثة للمثال كما في الجدول ادناه:-

ت	h_{ij}	الاختبار الأول	الاختبار الثاني	الاختبار الثالث
١	٠,٢٦٢	٠,٥٧ غير شاذ	٠,٨٠٧ غير شاذ	٠,٠٠٢ غير شاذ
٢	٠,١٠٩	٠,٥٧ غير شاذ	٠,١٨٩- غير شاذ	٠,٢٣٣ شاذ
٣	٠,٢٦٥	٠,٥٧ غير شاذ	٠,٨٣٠ غير شاذ	٠,٠٤١ غير شاذ
٤	٠,٠٩٢	٠,٥٧ غير شاذ	٠,٢٩٠- غير شاذ	٠,٠٢٧ غير شاذ
٥	٠,٦١٣	٠.٥٧ شاذ	٦,٠٧٤ غير شاذ	٠,١٨١ غير شاذ
٦	٠,٤٢٤	٠,٥٧ غير شاذ	٢,٤٤٠ غير شاذ	٠,٠٠٨ شاذ
٧	٠,٢٣١	٠,٥٧ غير شاذ	٠,٥٧٣ غير شاذ	٠,٥٧١ شاذ

٦- معالجة القيود الشاذة:-

بعد كشف القيد أو القيود في نموذج البرمجة الخطية سيتخذ متخذ القرار قرارا يخص هذا القيد أو القيود وهنالك عدة بدائل يمكن اتخاذها من قبل متخذ القرار وهذه البدائل هي:-

١-قرار بإبقاء النموذج كما هو.

٢- قرار رفع القيد الشاذ من النموذج.

٣-قرار معالجة القيد الشاذ.

ففي المثال الرابع فأن القيد الخامس (ورشة اللف) هو قيد شاذ وعند ملاحظة زمن لف ملف المضخة الاولى (١٠٥) دقيقة وهو زمن مبالغ فيه يمكن تقليله الى (٨٠) دقيقة فنحصل على نموذج تكون نتائجه هي:

$X_١ = ١٣٤.٦١٥٤, \quad X_٢ = ٢٦.٩٢٣١, \qquad Z = ١٠٠٩٦.١٥$

وهذا يعني زيادة في ربح صاحب المصنع، وأما زيادة الزمن المتاح للورشة من (١٢٠٠٠) دقيقة الى (١٥٠٠٠) دقيقة مع بقاء معاملات المتغيرات كما هي فنحصل على نفس النتائج التي حصلنا عليها سابقا، أما عندما نقوم بحذف هذا القيد باعتبار أنه قيد غير مهم فنحصل ايضا على نفس النتائج التي حصلنا عليها سابقا.

٧- الاستنتاجات

من خلال استخدام طريقة المصفوفة المقدرة لاستكشاف وتحديد القيم الشاذة تم التوصل الى:

١-أن طريقة المصفوفة المقدرة التي كانت تستخدم لإيجاد القيم الشاذة في نماذج البرمجة الخطية استخدمت هنا في تحديد القسم الشاذة نماذج البرمجة الخطية غير المقيدة.
٢-تعتبر الطريقة من أسهل الطرق في تحديد القيم الشاذة.
٣-تعتمد الطريقة على اسلوب المصفوفات الذي ساعد كثيرا في اختصار العمليات الحسابية.
٤-ساعدت الطريقة متخذ القرار في تحديد القيم الشاذة ومعالجتها بما يخدم تحقيق الأهداف المطلوبة.
٥-أن في تحديد القيم الشاذة جعلنا نعدل النموذج أكثر من مرة الى أن يصبح لدينا أفضل نموذج يؤدي الى أعلى الارباح أو أقل التكاليف.
٦-من الضروري الكشف عن وجود النقاط أو القيود الشاذة للبيانات ومعالجتها وذلك لأن بقائها يزيد من قيمة مربعات الخطأ ويؤدي الى عدم جودة النموذج والى عدم دقة وكفاءة الحل.
٧- ان البرمجة الخطية غير المقيدة بالإشارة تعتبر اكثر مرونة من البرمجة الخطية المقيدة بالإشارة لأنها تتعامل مع متغيرات قرار حرة أي يسمح لها أن تكون سالبة أو موجبة أو صفر وبالتالي يمكن خفض متغير وزيادة متغير أخر والحصول على أعلى الأرباح أو أقل التكاليف.
٨-أن البرمجة الخطية غير المقيدة يصبح مساويا لنموذج الانحدار عندما تكون قيم المتغيرات المهملة في جدول الحل الأمثل تساوي صفر.

المصادر

١-أبو صالح، محمد صبحي" الطرق الاحصائية" دار اليازوري للنشر ، عمان الأردن ، ٢٠٠٩.
٢-النعيمي ، " مقدمة في الإحصاء" دار وائل للنشر، عمان الأردن، ٢٠١٠.

٣-الشمرتي ، حامد سعد نور" بحوث العمليات مفهوما وتطبيقا" دار وائل للنشر عمان الأردن ، ٢٠٠٩.

٤-حسن ، هاني عبد الله " تأثيرات الاغراق والاخفاء على المؤشرات الناجمة عن تلوث عينة تخضع لتوزيع طبيعي" أطروحة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، ٢٠٠٩.

٥-ياغوبيان، انكين انترانيك هايك" استكشاف وتقدير القيم الشاذة في بعض النماذج اللاخطية" أطروحة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية، ٢٠٠٥.

٦-متلف، رشا جلال " البحث عن القيود الشاذة في نماذج الانحدار الخطي ونماذج البرمجة الخطية" رسالة ماجستير رياضيات متقدمة، قسم العلوم التطبيقية الجامعة التكنولوجية ٢٠٠٧.

٧- ناسي، نبيل " تقييم كفاءة طرق تقدير القيم الشاذة لنماذج الانحدار" أطروحة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، ٢٠٠١.

٨-ظاهر، رحيم جبار " دراسة تأثير القيم الشاذة في بيانات تصميم خطط المعاينة المتزنة باستثناء الوحدات المجاورة" مجلة القادسية للعلوم الإدارية والاقتصادية المجلد ٨ العد ٤ لسنة ٢٠٠٦.

٩- Arezoo B.,Habshah M., Mojtaba G. and Samaneh E.," A Comparison of Various Influential Points Diagnostic Methods and Robust Regression Approaches: Reanalysis od Interstitial Lung Disease Data" Applied Mathematics Sciences, Vol.٤, No.٢٨, pp. ١٣٦٧-١٣٨٦, (٢٠١٠).

١٠- Andersen R.," Modern Methods for Robust Regression" Sara Miller Mc-Cune ,SAGE publications, the United States of America,(٢٠٠٨).

١١-Baddeley, A., Turner, R., Moller, J and Hazelton, M. " Residual Analysis for Special Point Processes" J.R. Statist . Soc. B, ٦٧, pp. ١-٣٥, (٢٠٠٥).http://www,rss.org.uk/pdf.

١٢- Christmann A. and Steinwart, I." Consistency and robustness of Kernel based Regression", Bernoulli, Vol.١٣, pp. ٧٩٩-٨١٩, (٢٠٠٧).

١٣- Debruyne, M., Hubert, M. and Van Horebeek, J., "Detecting Influential Observations in Kernel PCA" Dept. of mathematics and computer science, University of Antwerpen, ٢٠٠٨.

١٤-Hamdy A.T.," Operations Research an Introduction " Seventh ed. Canada, Maxwell publishing company, (٢٠٠٩).

١٥- Maronna R. A., " Principal Components and Orthogonal Regression based on robust scales", Tech-nometrices, Vol. ٤٧, pp. ٢٦٤-٢٧٣, (٢٠٠٥).

١٦- Meloun M., Militky, J. , Hill M., Brereton, R. " Crucial Problems in Regression Modeling and their Solution" the Analyst, Vol.١٢٧, pp ٤٣٣-٤٥٠, (٢٠٠٢).

١٧- Milan, M., Martin, H., Militky, J., Jana, V. and Han, S. " New Methodology of Influential Point Detection in Regression model Building for the Prediction of Metabolic Clearance Rate of Glucose" Clin Chem Lab Med; Vol.٤٢, pp. ٣١١-٣٢٢, (٢٠٠٤).

١٨- Milan M. and Militky , J." Detection of Single Influential Point in OLS Regression model Building " Analytica Chimica Acta , Vol.٤٣٩, pp. ١٦٩-١٩١, (٢٠٠١).

١٩-Pena D.," A New Statistics for Influence in Linear regression " Technometrics, Vol. ٤٧, No.١, pp. ١-١٢, (٢٠٠٥).

٢٠- Pison G. and Van S.," Diagnostic Plots for Robust Multivariate methods" Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol. ١٣, pp. ٣١٠-٣٢٩, (٢٠٠٤).

٢١-Rousseuw P. j. and Leroy A. M." Robust Regression and Outlier Detection" New York , John Willy, (٢٠٠٣).

٢٢- Wilcox R. R. " Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing" Second edition, Elsevier academic press, USA,(٢٠٠٥).

٢٣-Wei, W. H. and Kosorok , M. R. " Interaction Influence function: Masking Unmasked" Ann. Of Stat.Vol.١٣٥, No. ٤, pp.١٢١٥٠١٢٢٣, (٢٠٠٥).

Detecting and Treatment the Effect of Outlier Values in Linear Decision Making Models with

Unrestricted Variables and Linear Regression Models (case study)

Rasheed Basheer Reheima / University of Thi Qar / College of Administration and Economic / Statistics Department
Khawla Abed alhussen Swier / University of Bagdad
Watheq Hayawi Laith / University of Thi Qar / College of Administration and Economic / Statistics Department

Abstract

The appearance of outlier values in the set of data effect the result of the statistical analysis of data. Then the correct of decision making there for study and estimate the outlier values the detection methods. This problem was studied in some of linear programming and linear regression but did not studied in linear programming with unrestricted variables which is important subject in many fields of operations research and its ability in treatment with unrestricted variables decision. In this paper we detect and estimate the outlier values in those models and hoe these values effect the solution of the outlier values . The Hat matrix was used to determine and process the outlier constraint so that the new model will be more suitable to match the requirements. The result show the simplicity and accurate calculations also the clearly in determine the outlier values.