# تقدير أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي بالاعتماد على بعض أساليب التمهيد مع تطبيق عملي

أ. م. د. محمد جاسم محمد حسين مؤيد سلمان عباس
جامعة بغداد/ كلية الإدارة والاقتصاد

**الملخص:**

في هذا البحث تم تطبيق طرائق التقدير اللامعلمية الضبابية المستندة على بعض أساليب التمهيد على بيانات حقيقية خاصة بسوق العراق للأوراق المالية، إذ تم دراسة حركة التداول لشركة بغداد للمشروبات الغازية لعام (2016)(للفترة من 2016/1/1 ولغاية 2016/12/31) وتم الحصول على عينة بـــ(148) مشاهدة من اجل بناء أنموذج للعلاقة مابين أسعار الأسهم (الأدنى والأعلى والمتوسط) وحجم التداول . ومن خلال مقارنة نتائج معيار (G.O.F) ولأساليب التمهيد الثلاثة وعند دوال النواة المعتمدة والمقترحة من قبل الباحثين تم ملاحظة بأن أقل قيمة لهذا المعيار كانت لأسلوب الجوار الأقرب(K-NN) وعند دوال النواة (Gaussian).

**الكلمات الدالة:** الانحدار اللامعلمي الضبابي أحادي المتغير، العدد الضبابي المثلثي ، التمهيد الخطي الموضعي ، تمهيد النواة ، الجوار الأقرب– k ، معلمة التمهيد المثلى .

## 1. مقدمة

يهدف الانحدار الخطي الضبابي الى نمذجة ظاهرة غير دقيقة أو غامضة وذلك باستخدام معلمات الأنموذج الضبابي ، وفي حالة تحقق الفرضيات الخاصة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية فأن الانحدار الضبابي يكون اكثر فاعلية واكثر مرونة للمشاكل المختلفة كبديل للانحدار الكلاسيكي ، لقد تمت دراسة الانحدار الضبابي المعلمي من قبل الكثير من الباحثين ألا انه كان أنموذجاً ضعيفاً ، ولتحسين هذا الأنموذج فقد قام الباحثون بأقتراح أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي بمتغير مستقل اعتيادي(crisp) (غير ضبابي) ومتغير معتمد ضبابي (Fuzzy) وأن السبب وراء تسميته باللأمعلمي هو عدم افتراضه لاي صيغة دالية لتوزيع الخطأ حيث أن اعتماده على البيانات يكون بصورة كبيرة حيث أنه وفي كافة المجالات مثل المال والاقتصاد والهندسة والعلوم الطبية والعلوم الاجتماعية وغيرها من المجالات ، عادة ما يحتاج الباحثون الى تقدير مشاهداتهم ، أذ يتم ذلك عن طريق استخدام أنموذج الانحدار المناسب .

وعليه سيتم دراسة أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي أحادي المتغير بمتغير مستقل اعتيادي ومتغير معتمد ضبابي من النوع (LR) .

## 2. الجانب النظري

### 1.2 المشكلة واهمية البحث

هناك الكثير من المشاكل التي تواجهنا في الحياة اليومية ولكن المعلومات والبيانات الخاصة والمتعلقة بها تكون من الصعوبة تسجيلها أو جمعها بصورة دقيقة أو أنها تكون غامضة أوتكون متغيرات موصوفة عن طريق المصطلحات اللغوية ، وعليه فأن نظرية المجاميع الضبابية تكون الوسيلة المناسبة في صياغة النماذج الإحصائية حيث تكون الأداة البارزة لمعالجة عدم الدقة أو الغموض عندما تكون المشاهدات ضبابية . إضافة إلى انه في العديد من المشاكل يكون من غير المنطقي أيجاد علاقة الانحدار المعلمي الضبابي مسبقاً لذلك تم تطوير بعض الأساليب لمعالجة مشاكل الانحدار الضبابي في حالة كون الصيغة المحددة لعلاقة الانحدار غير مُعرّفة مسبقاً اي حالة الانحدار اللأمعلمي الضبابي موضوع بحثنا .

### 2.2 هدف البحث

يهدف البحث الى أستخدام عدة أساليب تمهيد لتقدير دالة الانحدار اللامعلمي الضبابي بمتغير مستقل اعتيادي أحادي المتغير (Univariate) ومتغير معتمد ببيانات ضبابية مثلثية من النوع (LR) وبالأعتماد على مسافة (Diamond) .

### 3.2 المجموعة الاعتيادية: *Crisp Set*

أن المجموعة الاعتيادية (Crisp Set) هي المجموعة التي تُخصص للمشاهدات درجة انتماء داخل مجالهم فتكون أما (0) أو (1) أي أن المشاهدات أو المفردات أما تنتمي أو لا تنتمي الى فئة معينة ، ولا توجد حالة وسطية بينهما[21] .

### 4.2 المجموعة الضبابية: *Fuzzy Set*

أن المجموعة الضبابية هي مجموعة لا يمكن تعريفها بدقة، أي أن تعريفها يختلف باختلاف وجهات النظر وبالتالي يكمن الأختلاف مابين المجموعات الضبابية والاعتيادية من خلال أيجاد دالة الانتماء(Membership Function) للمجموعة الضبابية [20].

### 5.2 دالة الانتماء: *Membership Function*

أن دالة الانتماء هي الدالة التي يتم من خلالها حساب درجة انتماء عنصر ما الى المجموعة الضبابية[5]، أذ أن درجة الانتماء هي مقدار انتماء عنصر ما الى المجموعة الضبابية( Fuzzy Set) وهذه الدرجة تكون محصورة ضمن الفترة [0,1] [20] .

### 6.2 أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي أحادي المتغير

"*Univariate Fuzzy Nonparametric Regression Model*"

يعتبر الأنحدار منهجية شائعة للتعبير عن العلاقة الدالية مابين المتغيرات ، وبما أن الصيغة الرياضية معلومة فأن القيمة لأحد المتغيرات يمكن التنبؤ بها من خلال قيم المتغيرات الأخرى ولكن وفي الكثير من الأحيان وفي بعض البحوث لا يمكن الحصول بصورة دقيقة على البيانات العددية للمعلومات حول بعض الظواهر المدروسة ، وعليه فأن انحدار المربعات الصغرى التقليدية لا يمكن تطبيقها . لذلك وللتعامل مع هذا النوع من المشاكل فقد تم أستخدام مفهوم الأنحدار الضبابي لتقدير العلاقة الدالية مابين متغير الاستجابة والمتغيرات المستقلة في محيط ضبابي مع دالة خطية معلومة لذلك فقد سمي بالانحدار الخطي المعلمي الضبابي ، وبما أنه وفي الكثير من الحالات التطبيقية يكون من غير المنطقي الحساب المسبق لعلاقة الانحدار المعلمي الضبابي أي (عدم الأعتماد على صيغة محددة) لذلك سنعتمد أنمُوذج الانحدار اللامعلمي الضبابي أحادي المتغير الأتي :

$$Y = g(x)\{+\}\varepsilon = (l(x), m(x), u(x))\{+\}\varepsilon \qquad \dots (1)$$

حيث أن $(x)$ يمثل المتغير المستقل الاعتيادي (crisp) ومجاله الفترة التي تمثل قيم الأعداد الحقيقية ونرمز له (D). في حين أن(Y) يمثل المتغير المعتمد الضبابي(متغير الاستجابة)، وهو متغير ضبابي مثلثي متماثل من النوع(LR)[19] .

$g(x)$ تمثل دالة انحدار ضبابي غير معلومة (دالة تمهيد) حدودها $l(x)$، $m(x)$، $u(x)$ والتي تمثل القيم الدنيا والمتوسطة والعليا على التوالي ومجالها من (D) إلى $\mathfrak{R}_{LR}$.

حيث أن

$$\mathfrak{R}_{LR} = \{k : k = (l_k, m_k, u_k)_{LR}\}$$

تمثل مجموعة تضم جميع الأعداد الضبابية (k) من النوع (LR) وأن $L(\cdot)$ و $R(\cdot)$ تكون معلومة [19]

ε يمثل حد الخطأ والذي يمثل الفرق مابين القيمة المشاهدة والقيمة المُقدرّة .

وأن دالة الانتماء للعدد الضبابي مبينة في المعادلة الأتية[16] :

$$\mu_k(t) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m - t}{m - l_k}\right) & \text{if } l_k \le t \le m \\ R\left(\dfrac{t - m}{u_k - m}\right) & \text{if } m \le t \le u_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad \dots (2)$$

### 1.6.2 التمهيد : *Smoothing*

أن الفكرة الأساسية للتمهيد تقوم على الافتراض بأننا نمتلك عينة عشوائية بحجم (n) من المشاهدات لمجموعة البيانات $(x_i, y_i)$، وان العلاقة مابين المتغيرين يمكن وصفها كما في

الصيغة رقم (1) أذ أن $g(x)$ تمثل دالة التمهيد(Smoothing Function) وان ε يمثل حد الخطأ العشوائي وبقيمة متوقعة تساوي صفرا ، وأن التمهيد هو تقدير للدالة $g(x)$[11].

أن التمهيد الموضعي يستند على مفكوك تايلور (Taylor Expansion) حيث أنه لأي $y$ في جوار $(x)$ يكون :

$$g(y) \approx g(x) + g'(x)(y - x)$$

أي أنه يمكن تقريب كل دالة تمهيد موضعياً عن طريق الدالة الخطية [6]

وعليه فأن التمهيد يستند على المعدل الموضعي (Local average) وحسب الصيغة الآتية: [10]

$$\hat{g}(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^{n} W_{n_i}(x) Y_i$$

حيث أن :

$W_{n_i}$ تمثل سلسلة الاوزان التي من الممكن ان تعتمد على المتجه $\{X_i\}_{i=1}^{n}$ .

### 1.1.6.2 أساليب التمهيد *Smoothing Techniques*

أن الفكرة المهمة والأساسية لجميع أساليب التمهيد هو أن دالة الانحدار غير المعلومة $g$ تكون ممهدة الى حد ما والمشاهدات التي تكون قريبة من $(x)$ يجب أن تحتوي على المعلومات حول قيمة $(g)$ عند $(x)$ وعليه فمن الممكن أستخدام المعدل الموضعي للبيانات المشاهدة بالقرب من النقطة$(x)$ وذلك لإيجاد التقدير لـ $g(x)$ [4] . وبحسب الدراسات السابقة فقد أثبتت تلك الأساليب بأنها مفيدة وخصوصاً في معالجة مشاكل الانحدار اللامعلمي [19] ، حيث أنها تمتلك معلمة للضبط تقوم بتحديد مقدار التمهيد الذي نقوم به .

سيتم دراسة أساليب التمهيد الأتية :-

1. طريقة التمهيد الخطي الموضعي (*Local Linear Smoothing*) .
2. طريقة تمهيد النواة ( *Smoothing Kernel* ) .
3. طريقة الجوار الأقرب K (K-N-N)(*K-Nearest Neighbor*) .

### 2.6.2 تقديرات الانحدار اللامعلمي الضبابي:

لأنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي في المعادلة رقم (1)

نفرض أن $(x_i, y_i)$ تمثل عينة بالمُدخلات الاعتيادية المشاهدة (المستقلة) والمُخرجات الضبابية (المتغير المعتمد) من النوع (LR) وبعدد (n) من المشاهدات ، حيث أن $g(x)$ تمثل دالة الأنحدار الضبابية والتي تقديرها يكون الهدف الأهم في الأنحدار اللامعلمي الضبابي عند أي $x \in D$ والمستندة على العينة المشاهدة $\left(x_i ، y_i\right)$[19] .

ان دالة الانتماء (Membership Function) للمُخرج الضبابي المُقّدر يجب ان تكون اقرب ما يمكن الى العدد الضبابي المشاهد المقابل ، لذلك يجب تقدير l(x) ، m(x) ، $u(x)$ لكل $x \in D$ أي بمعنى المطابقة الأفضل بالنسبة الى بعض المسافات التي يمكن ان تقيس مدى القرب مابين دوال الانتماء للمُخرج الضبابي المُقّدر والمشاهد المقابل[12] .

وسنستخدم في هذا البحث المسافة المقترحة من قبل(Diamond) كمقياس للمطابقة وكما يأتي:
نفترض بأن

$$C = (l_c, m_c, u_c)_{LR} \text{ ، } D = (l_d, m_d, u_d)_{LR} \text{،} m_c, u_c, m_d, u_d \geq 0$$

D,C يمثلان أي عددين ضبابيين من النوع $(LR)$ في $\mathfrak{R}_{LR}$ .

حيث عرّف (Diamond) المسافة مابين C وD كما يأتي:

$$d^2(C,D) = (l_c - l_d)^2 + (m_c - m_d)^2 + (u_c - u_d)^2 \qquad \cdots \quad (3)$$

أن $L(\cdot)$ و$R(\cdot)$ في المعادلة (2) تُبين بأن دالة الانتماء للعدد الضبابي من النوع $(LR)$ يمكن ايجادها عن طريق المتوسط والحدود الدنيا والعليا للعدد الضبابي[19] .

ولتوسيع اسلوب التمهيد الخطي الموضعي المستخدم في الإحصاء التقليدي سنعتمد على مسافة (Diamond) وذلك لملائمة نموذج الأنحدار اللامعلمي الضبابي (1) وكما يأتي :

نفترض بأن $l(x)$ ،$m(x)$،$u(x)$ في دالة الأنحدار $g(x)$ تمتلك مشتقات مستمرة في المجال (D) ، عندئذ وللقيمة المفترضة $(x_0)$ والتي تنتمي لـ(D) وباستخدام مفكوك تايلور فأن$l(x)$، $m(x)$، $u(x)$ يمكن ان تُقرّب موضعياً (Locally) في جوار القيمة $(x_0)$ على التوالي عن طريق الدوال الخطية (Linear Functions) التالية [19]:

$$l(x) \approx \tilde{l}(x) = l(x_0) + l\,'(x_0)(x - x_0) \qquad \ldots (4)$$
$$m(x) \approx \tilde{m}(x) = m(x_0) + m\,'(x_0)(x - x_0) \qquad \ldots (5)$$
$$u(x) \approx \tilde{u}(x) = u(x_0) + u\,'(x_0)(x - x_0) \qquad \ldots (6)$$

حيث ان $l'(x_0)$،$m'(x_0)$، $u'(x_0)$ تمثل المشتقات لـــ $l(x_0)$ و $m(x_0)$ و $u(x_0)$ على التوالي عند $(x_0)$.

ونفترض بأن :

$$Y_i = \left(l_{yi}\,, m_{yi}, u_{yi}\right)_{LR} \quad , \qquad i = 1,2, \ldots, n$$

وعليه فأن مشاهدات العينة ستكون :

$$(X_i, Y_i) = \left(x_1, x_2, \ldots, x_n, \left(l_{yi}, m_{yi}, u_{yi}\right)_{LR}\right) \text{،} \quad i = 1,2, \ldots, n$$

وبالاعتماد على مسافة (Diamond) في المعادلة (3) وأسلوب التمهيد الخطي الموضعي فأن تقدير دالة الانحدار $\hat{g}(x_o)$ يقودنا إلى طريقة المربعات الصغرى الموزونة موضعياً الآتية :
Minimize

$$\sum_{i=1}^{n} d^2\left(\left(l_{yi}, m_{yi}, u_{yi}\right)_{LR} ، \left(\tilde{l}(x_i), \tilde{m}(x_i), \tilde{u}(x_i)\right)_{LR}\right) K_h(|x_i - x_0|) \quad \cdots (7)$$

وعن طريق تعويض المعادلات (4) و(5) و(6) بالمعادلة (7) نحصل على المعادلة الآتية :

Minimize

$$= \sum_{i=1}^{n}\left(l_{yi} - l(x_0) - l'(x_0)(x_i - x_0)\right)^2 K_h(|x_i - x_0|) + \sum_{i=1}^{n}\left(m_{yi} - m(x_0) - m'(x_0)(x_i - x_0)\right)^2 K_h(|x_i - x_0|) \quad \cdots (8)$$
$$+ \sum_{i=1}^{n}\left(u_{yi} - u(x_0) - u'(x_0)(x_i - x_0)\right)^2 K_h(|x_i - x_0|)$$

وذلك يعني، تصغير المعادلة (8) بالنسبة الى كل من $u(x_0)$،$m(x_0)$،$l(x_0)$ أضافة الى $u'(x_0)$، $m'(x_0), l'(x_0)$ ولدالة (Kernel) المُعطاة $k_{\mathrm{h}}(.)$ ومعلمة التمهيد $(h)$ حيث ان:

$$\mathrm{k_h}(|x_{\mathrm{i}} - x_0|) = \frac{\mathrm{K}\left(\frac{|x_{\mathrm{i}} - x_0|}{h}\right)}{\mathrm{h}} \qquad , \qquad i = 1,2,\cdots,n \qquad \cdots (9)$$

تمثل سلسلة الأوزان عند النقطة $(x_0)$ والتي تجعل البيانات القريبة من$(x_0)$ تساهم بشكل أكبر في عملية تقدير المعلمات عند$(x_0)$ من تلك التي تكون بعيدة مع تعديل في قيمة $(h)$.

وبحل مسألة المربعات الصغرى الموزونة سنحصل على تقديرات كلاً من $\hat{l}(x_0)$ و$\widehat{m}(x_0)$ و $\hat{u}(x_0)$ عند$(x_0)$ وكذلك الحصول على مشتقاتها $l'(x_0)$، $m'(x_0)$، $u'(x_0)$ وحيث أن الهدف هو تقدير دالة الانحدار اللامعلمي الضبابي$g(x)$ عند النقطة $(x_0)$، لذلك سنعتمد قيم $\hat{u}(x_0)$، $\widehat{m}(x_0)$، $\hat{l}(x_0)$ في المعادلة (8) والتي مُثلت عن طريق $u(x_0)$ ،$m(x_0)$، $l(x_0)$ كتقديرات للحد الأدنى والمتوسط والحد الأعلى على التوالي لـ $g(x)$ عند $(x_0)$.

أي أن تقدير $g(x)$ عند$(x_0)$ يصبح :

$$\hat{g}(x_o) = \left(\hat{l}(x_0), \widehat{m}(x_0), \hat{u}(x_0)\right)_{LR}$$
$$= \left(\widehat{m}(x_0) - \hat{\alpha}(x_0), \widehat{m}(x_0), \widehat{m}(x_0) + \hat{\beta}(x_0)\right)_{LR}$$

نلاحظ بأن الدالة في المعادلة (8) متكونة من حاصل جمع ثلاثة أجزاء حيث ان كل جزء يتضمن بشكل منفصل على مجموعة مختلفة من المعلمات غير المعلومة، وعليه فسنقوم بأخذ

المشتقات الجزئية للدالة بالنسبة الى المعلمات المجهولة ومساواتها بالصفر لنحصل على ثلاثة مجاميع من المعادلات الخطية والتي تحتوي بصورة منفصلة على المعلمات الآتية [19] :

$$\left(l(x_0), l'(x_0)\right), \left(m(x_0), m'(x_0)\right)\left(u(x_0), u'(x_0)\right)$$

وبحل المعادلات الخطية وللمجاميع الصفرية كلاً على حدة نحصل على تقديرات تلك المعلمات.

وطبقاً لمبدأ المربعات الصغرى الموزونة وباستخدام رموز المصفوفات نستطيع الحصول على :

$$\left(\hat{l}(x_0), \hat{l}'(x_0)\right)^T = \left(X^T(x_0)W(x_0;h)X(x_0)\right)^{-1} X^T(x_0)W(x_0;h)L_y \ ,$$
$$\left(\widehat{m}(x_0), \widehat{m}'(x_0)\right)^T = \left(X^T(x_0)W(x_0;h)X(x_0)\right)^{-1} X^T(x_0)W(x_0;h)M_y \ ,$$
$$\left(\hat{u}(x_0), \hat{u}'(x_0)\right)^T = \left(X^T(x_0)W(x_0;h)X(x_0)\right)^{-1} X^T(x_0)W(x_0;h)U_y \ ,$$

لقد تم أستخدام العدد الضبابي (Fuzzy number) للمتغير المعتمد (Y) بدلاً من العدد الاعتيادي

حيث أن :

$$X(x_0) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 - x_0 \\ 1 & x_2 - x_0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n - x_0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} l_{y_1} \\ l_{y_2} \\ \vdots \\ l_{y_n} \end{pmatrix} \ , \ M_y = \begin{pmatrix} m_{y_1} \\ m_{y_2} \\ \vdots \\ m_{y_n} \end{pmatrix} \ , \ U_y = \begin{pmatrix} u_{y_1} \\ u_{y_2} \\ \vdots \\ u_{y_n} \end{pmatrix}$$

وأن

$$W(x_0, h) = Diag\left(K_h(|x_1 - x_0|) \ , K_h(|x_2 - x_0|), \cdots, \ K_h(|x_n - x_0|)\right)$$

تمثل مصفوفة قطرية من الدرجة $n \times n$ وعناصرها القطرية مساوية الى:

$$K_h(|x_i - x_0|) \quad , \quad (i = 1,2, \dots, n)$$

يمكن كتابة التقدير للدالة $g(x)$ وفي حالة كون المتغير المعتمد ضبابي مثلثي كما يأتي[19]:

$$\hat{g}(x_o) = \left(\hat{l}(x_0), \widehat{m}(x_0), \hat{u}(x_0)\right)_{LR}$$

$$\hat{g}(x_o) = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} W_i l_{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} W_i}, \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i m_{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} W_i}, \frac{\sum_{i=2}^{n} W_i u_{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} W_i}\right) \qquad \dots \ (10)$$

وفي التطبيق العملي وللتبسيط يمكن تعريف الوزن $W_i$ كما يأتي [6] :

$$W_i = K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)\left[Z_{n,2} - (x - x_i)Z_{n,1}\right]$$

حيث أن :

$$Z_{n,j} = \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)(x - x_i)^j \quad , j = 1,2$$

وبنفس الأسلوب يمكن إيجاد التقديرات باستعمال تمهيد (K-S) kernel ولكن بسلسلة الاوزان عند $(x_0)$ بحسب الصيغة الاتية [19]:

$$W_i(x_0) = W_i(x_0; h) = \frac{K_h(|x_i - x_0|)}{\sum_{i=1}^{n} K_h(x_j - x_0)} \quad , \quad i = 1,2, \dots, n$$

لنحصل على:

$$\hat{g}(x_0) = \left( \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h(|x_i - x_0|) l_{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} K_h(|x_i - x_0|)}, \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h(|x_i - x_0|) m_{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} K_h(|x_i - x_0|)}, \frac{\sum_{i=1}^{n} K_h(|x_i - x_0|) u_{y_i}}{\sum_{i=1}^{n} K_h(|x_i - x_0|)} \right)_{LR}$$

حيث أن :

$$\mathrm{K_h}(\cdot) = \frac{K\left(\frac{\cdot}{h}\right)}{\mathrm{h}}$$

يمثل نفس الوزن في طريقة التمهيد الخطي الموضعي (L-L-S).

وبنفس الأسلوب يمكن إيجاد التقديرات باستعمال تمهيد الجوار الاقرب‒K(K-Nearest-Neighbor) ، أذ أن تقدير(K-N-N) يعتمد على الجوار والذي يتم تعريفه بالاعتماد على متغيرات (X) والتي تكون الجوارات الاقرب لــ $(x)$ ويعتبر تقدير (K-N-N) معدل موزون في جوار متغير[10:pp.53].

أن المُقدر(K-N-N) يكون بالصيغة الاتية :

$$\hat{g}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{|x - x_i|}{R_x}\right) y_i}{\sum_{i=1}^{n} w\left(\frac{|x - x_i|}{R_x}\right)}$$

والذي يمثل المعدل الموزون للجوارات الاقرب ‒k وأن $R_x$ تمثل المسافة الاقليدية[13].

نفترض بأن لدينا عينة من المشاهدات $\left\{X_1، \mathrm{X}_2، \dots ،\mathrm{X_n}\right\}$ [9:pp.86] وأن $X \in \mathbb{R}^q$ وعليه فأنه لأي نقطة ثابتة ولتكن $x_0 \in \mathbb{R}^q$ نستطيع ان نقوم بحساب مدى قرب كل مشاهدة لـــ $x_0$ وذلــك بأستخدام المسافة الاقليدية $R_x$(Euclidean Distance) [18] .

حيث أن المسافة الاقليدية يمكن تعريفها كما يأتي[2]:

$$R_x = \sqrt{\sum (x - \mathrm{x}_i)^2} = \left((x - \mathrm{x_i})^T (x - \mathrm{x}_i)\right)^{1/2}$$

أي المسافة ما بين $x$ و(k) من الجوارات الاقرب من بين قـــيم $(\mathrm{x}_i)$ ، وعليـــه فالإحصـــاءات المرتبة (Order Statistics) للمسافات $R_i$ تكون

$$0 \le R_{(1)} \le R_{(2)} \le \cdots \le R_{(k)}$$

أن المشاهدات المقابلة لتلك المسافات تمثل الجوارات الأقرب لـــ $(x)$، حيث أن الجوار الأقرب الأول يمثل المشاهدة الأقرب لـــ $(x_0)$ والجوار الأقرب الثاني يمثل المشاهدة الأقـــرب الثانيـــة وهكذا .

ونستطيع معاملة $R_x$ كعرض حزمة (Bandwidth) واستخدام دالة النواة (Kernel) المنتظمة .
أما ما يخص هذا البحث ولأنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي المبين في المعادلة (1) فأن التقدير باستخدام تمهيد(K-N-N) لدالة الانحدار الضبابي عند $x_0 \in D$ يمكن التعبير عنه بالصيغة في أدناه :

$$\hat{g}(x_0) = \left(\hat{l}(x_0), \hat{m}(x_0), \hat{u}(x_0)\right)_{LR}$$

$$\hat{g}(x_0) = \left(\sum_{i=1}^{n} W_i(x_0) l_{y_i}, \sum_{i=1}^{n} W_i(x_0) m_{y_i}, \sum_{i=1}^{n} W_i(x_0) u_{y_i}\right)_{LR}$$

حيث أن $w_i(x_0)$ تمثل سلسلة الوزن عند $(x_0)$ وأن $(l_{yi})$ و $(m_{yi})$ و $(u_{yi})$ تمثل الحد الأدنى والمتوسط والحد الاعلى على التوالي للمتغير المعتمد الضبابي المشاهد من النوع (LR)[4] .

أن مُقدر (K-N-N) يتأثر بصورة كبيرة بمعلمة التمهيد(k) والتي تكون ثابتة بغض النظر عن$(x)$ وهذا هو الفرق عن مُقدر النواة (kernel) التقليدي والذي فيه العدد المؤثر للمشاهدات يتغير مع $(x)$ ، وتعمل معلمة (k) على ضبط درجة التمهيد (Degree of smoothing) للمنحني المُقدر، حيث أن دور معلمة التمهيد (k) يكون مشابهاً لدور معلمة عرض الحزمة$(h)$ لممهدات النواة (kernel) , فأذا كانت قيمة (k) صغيرة فأنها ستقود الى تباين كبير وتحيز(Bias) صغير في التقديرات وعلى العكس من ذلك أي في حالة كون (k) كبيرة فأنها تؤدي الى تباين صغير وتحيز كبير وهذا بدوره سيجعل تأثيرات الحدود(Boundary Effects) لتكون مشكلة مؤثرة بصورة كبيرة جداً في التقديرات[19] .
وبافتراض مجموعة من المؤشرات والتي تُعرّف من خلالها سلسلة الوزن $w_i(x_0)$ عند$(x_0)$ وهي:

$\{x_0$ من المشاهدات الاقرب الى K تمثل مشاهدة من $x_i : i\} = \mathrm{J}(x_0)$

وعليه يمكن تعريف سلسلة الأوزان عند$(x_0)$ في طريقة تمهيد (K-NN) كما يأتي:[4]

$$w_i(x_0) = w_i(x_0; k) = \begin{cases} \dfrac{1}{k} , & if\ i \in J(x_0) ,\ i = 1,2,\dots,n \\ 0 , & otherwise \end{cases}$$

سنقوم بتحديد قيمة المعلمة التمهيدية (k) بالأعتماد على المسافة الأقليدية $R_x$ .
وعليه فأن تقدير الدالة $g(x)$ عند$(x_0)$ في حالة العدد الضبابي من النوع (LR) يكون كما يأتي[19] :

$$\hat{g}(x_0) = \left(\frac{1}{k}\sum_{i \in J(x_0)} l_{y_i}, \frac{1}{k}\sum_{i \in J(x_0)} m_{y_i}, \frac{1}{k}\sum_{i \in J(x_0)} u_{y_i}\right)_{LR}$$

### 3.6.2 اختيار دالة النواة (Kernel) ومعلمة التمهيد

أن أهمية الأوزان $K_h(|x_i - x_o|)$ تكمن في أنها تجعل نقاط البيانات التي تكون قريبة من النقطة الافتراضية $(x_0)$ ذات مساهمة أكبر في تقدير الدالة $\hat{g}(x_0)$ من تلك النقاط التي تكون بعيدة عنها وذلك بإعطائها وزناً أكبر [19].

وهذه الدوال تكون دوال وزن كدالة كثافة احتمالية متماثلة حول الصفر وتستخدم لتخصيص الأوزان للمشاهدات ومن خصائص دوال (kernel) المهمة ما يأتي:[14]

1. $\int k(u)du = 1$
2. $k(u) \le 0$
3. $k(-u) = k(u)$

وكما في حالة الانحدار اللامعلمي الاحصائي لدينا في الانحدار اللامعلمي الضبابي عدة انواع من دوال (kernel) ومنها[9] :

**جدول (1) بعض دوال (kernel) المستخدمة في الانحدار الضبابي اللامعلمي**

| Kernel Function | equation | Interval |
|---|---|---|
| Uniform | K(u)=0.5 | $I\{\|u\| \le 1\}$ |
| Gaussian | $K(u)=(\frac{1}{\sqrt{2\pi}})\exp(\frac{-u^2}{2})$ | $I\{\|u\| \le \infty\}$ |
| Epanechnikov | $K(u)=0.75(1-u^2)$ | $I\{\|u\| \le 1\}$ |
| (Quartic، Biweight ) | $K(u) = \frac{15}{16}(1-u^2)^2$ | $I\{\|u\| \le 1\}$ |
| Triangular | $K(u) = (1-\|u\|)$ | $I\{\|u\| \le 1\}$ |
| Cosine | $K(u) = \frac{\pi}{2} cos\left(\frac{\pi}{2}u\right)$ | $I\{\|u\| \le 1\}$ |
| Triweight | $K(u) = \frac{35}{32}(1-u^2)^3$ | $I\{\|u\| \le 1\}$ |

ولقد تم اقتراح صيغتين لدالة النواة(kernel) حيث تم التوصل اليها من صيغة (Gaussian) بمتوسط صفر وقيمة مربع التباين ثابتة وتمثل دوال كثافة احتمالية تحقق خصائص دوال النواة (kernel) أعلاه وهما كما يأتي:

**جدول (2) دالتي (kernel) المقترحة في الانحدار الضبابي اللامعلمي**

| Kernel Function | equation | Interval |
|---|---|---|
| Sug.1 | $K(u) = \sqrt{\frac{4}{\pi}}\exp(-4u^2)$ | $I\{\|u\| \le \infty\}$ |
| Sug.2 | $K(u) = \sqrt{\frac{6}{\pi}}\exp(-6u^2)$ | $I\{\|u\| \le \infty\}$ |

أن جميع الدوال المعتمدة والمقترحة في أعلاه تستند على خصائص دوال النواة (Kernel) .

وسيتم في البحث الاعتماد على دالتي (Kernel) المعتمدة وهما(Quartic) و(Gaussian) إضافة إلى الدالتين المقترحتين.

أن معلمة التمهيد في صيغة الوزن$k_h(\cdot)$ تستخدم لتعديل درجة التمهيد للتقديرات الآتية :

$$\hat{l}(x), \hat{m}(x), \hat{u}(x)$$

لذلك فأن الاختيار المناسب والصحيح لقيمة معلمة التمهيد هو النقطة الرئيسية والهامة في أساليب التمهيد الموضعي، حيث نلاحظ انه إذا كانت قيمة ($h$) كبيرة جداً ، أي من المحتمل أن تذهب إلى ما لانهاية فستكون جميع المشاهدات تمتلك نفس الوزن وهذا ما يدعى بعدم التمهيد (فقدان المطابقة) ، في حين أن قيمة ($h$) الصغيرة تجعل تقديرات$\hat{l}(x)$،$\hat{m}(x)$،$\hat{u}(x)$ متذبذبة جدا وتقود الى فقدان المطابقة. وعلاوة على ذلك أذا ازدادت قيمة ($h$) فأن التحيز (Bias) للمُقدر سيزداد وبالمثل مع عملية خفض او تقليل قيمة ($h$) فأن الفرصة لتقليل التباين المُقدر سيتم فقدانها[19].

وعليه فأن عملية أختيار قيمة معلمة التمهيد ($h$) يجب أن تخضع للمفاضلة ( Trade off) أي التوازن مابين تحيز صغير وتباين صغير وهو ما يتم تحقيقه من خلال أختيار القيمة المثلى لمعلمة التمهيد . توجد عدة أساليب لاختيار القيمة المثلى لمعلمة التمهيد ومنها طريقة الملئ(Plug-in) وطريقة(Bootstrap) وطريقة العبور الشرعي (C.V)(Cross-Validation) وطريقة العبور الشرعي العام (GCV) وطريقة التمهيد الأمثل الطبيعي .

سنقوم في هذا البحث بتناول طريقة التمهيد الأمثل الطبيعي( Normal Optimal Smoothing) بعد تضبيبها لاختيار القيمة المثلى لمعلمة التمهيد .

### 1.3.6.2 طريقة التمهيد الأمثل الطبيعي[3] *Normal Optimal Smoothing*

أن الصيغة المثلى لمعلمة التمهيد ($h$) تكون بحسب الصيغة الأتية:

$$h = \left(\frac{4}{3n}\right)^{1/5} \sigma \qquad \ldots (13)$$

حيث أن ($\sigma$) تمثل الأنحراف المعياري .

وبما أنه من المحتمل أن تحتوي البيانات المشاهدة على القيم الشاذة(Outliers) أو ان التوزيعات تكون طويلة الذيل(Long-tailed) لذلك فمن الأفضل اللجوء الى التقدير الحصين للانحراف المعياري($\sigma$) للعينة ، وعليه سنعتمد في هذا البحث على مُقدر وسيط الانحراف(MAD) وكما يأتي :

$$\tilde{\sigma} = median\{|y_i - \tilde{\mu}|\}/0.6745 \qquad \ldots (14)$$

حيث أن ($\tilde{\mu}$) تمثل الوسيط للعينة .

ويتم حساب قيمة $(h)$ بحسب الصيغة الاتية:

$$h = \frac{\text{median}\{|y - median(y)|\}}{0.6745}\left(\frac{4}{3n}\right)^{1/5} \qquad \dots (15)$$

وبما أن المتغير المعتمد ضبابياً فقد قام الباحثان بتضبيب الصيغة (14) لتتلائم مع طبيعة البحث، إذ تم أعادة كتابتها ولقيم (الحد الأدنى والمتوسط والحد الأعلى) وعلى التوالي وكما يأتي :

$$\tilde{\sigma}_{L_{yi}} = median\left\{\left|L_{y_i} - \tilde{\mu}_{L_{yi}}\right|\right\} / 0.6745$$

$$\tilde{\sigma}_{m_{yi}} = median\left\{\left|m_{y_i} - \tilde{\mu}_{L_{yi}}\right|\right\} / 0.6745$$

$$\tilde{\sigma}_{u_{yi}} = median\left\{\left|u_{y_i} - \tilde{\mu}_{L_{yi}}\right|\right\} / 0.6745$$

ويتم حساب قيمة $(h)$ المثلى (للحد الادنى والمتوسط والحد الاعلى) بحسب الصيغة (15) وعلى التوالي وكما يأتي :

$$h_l = \tilde{\sigma}_{L_{yi}}\left(\frac{4}{3n}\right)^{1/5}$$

$$h_m = \tilde{\sigma}_{m_{yi}}\left(\frac{4}{3n}\right)^{1/5}$$

$$h_u = \tilde{\sigma}_{u_{yi}}\left(\frac{4}{3n}\right)^{1/5}$$

### 7.2 معيار قياس أداء أساليب التمهيد اللامعلمي

أن الممهد يعتبر ممهداً جيداً وكفوؤاً أذا أنتج خطأً تنبؤياً صغيراً وعادة ما يُقاس ذلك عن طريق معيار متوسط مربع الخطأ(M.S.E) ، أما في حالة الانحدار اللامعلمي الضبابي فلا نستطيع استخدام معيار(M.S.E) لتقييم دقة طرائق التمهيد وذلك لكون المتغير المعتمد ضبابياً والذي يتطلب استخدام قياس المسافة ، لذلك سنقوم بتعريف مقياس والذي يُسمى بمقياس جودة المطابقة(Goodness of Fit)(G.O.F.) والذي يقيس مقدار التحيز ما بين القيم المشاهدة للمتغير الضبابي$(Y_i)$ والقيم المُقدرة$(\hat{Y}_i)$ ولجميع قيم $(x_i)$ والتي تعتمد على مسافة(Diamond) حيث أن $l_{yi}$ ، $m_{yi}$ ، $u_{yi}$ تمثل الحدود الدنيا والمتوسط والحدود العليا على التوالي للمُخرجات الضبابية المشاهدة وكذلك فأن $\hat{l}_{yi}$، $\hat{m}_{yi}$، $\hat{u}_{yi}$ تمثل تقديرات الحدود الدنيا والمتوسط والحدود العليا لدالة الانحدار الضبابية .

أن مقياس جودة المطابقة وبالاعتماد على مسافة(Diamond) يمكن تعريفه كما يأتي[19] :

$$\text{G.O.F.} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d^2\left(Y_i\,, \hat{g}(x_i)\right)$$
$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\left(l_{yi} - \hat{l}_{yi}\right)^2 + \left(m_{yi} - \hat{m}_{yi}\right)^2 + \left(u_{yi} - \hat{u}_{yi}\right)^2\right)$$

حيث أن (n) تمثل عدد المشاهدات .

أن القيمة الكبيرة لـــ (.G.O.F) تبين فقدان المطابقة والقيمة الصــغيرة جــداً تعكــس فــوق المطابقة (Over Fit) للمخرجات الضبابية المشاهدة .

## 3. الجانب التطبيقي

سنتناول في هذا الجانب تطبيق طرائق التقدير اللامعلمية الضبابية المستندة على أســاليب التمهيد على بيانات حقيقية تم الحصول عليها من الموقع الإلكتروني الخــاص بســوق العــراق للأوراق المالية . إذ تم دراسة حركة التداول لشركة بغداد للمشروبات الغازية والمســجلة فــي السوق، حيث تم تسجيل البيانات الخاصــة بعــام (2016)(للفتــرة مــن 2016/1/1 ولغايــة 2016/12/31) وتم الحصول على عينة بــ(148) مشاهدة ، ولقد تــم الاعتمــاد علــى لغــة (Matlab) الإصدار (R2014a) في كتابة البرنامج الخاص بالبحث .

### 1.3 نمذجة العلاقة بين أسعار الأسهم (الأدنى والأعلى والمتوسط) وحجم التداول

لقد تمت نمذجة العلاقة مابين سعر السهم الأدنى (.LPR) وسعر الســهم الأعلــى (.UPR) ومتوسط سعر السهم (.mPR) وحجم التداول (TV)(Trading-Volume) حيــث أن أســعار الأسهم(الأدنى والأعلى والمتوسط) تمثل متغير الاستجابة الضبابي وحجم التداول تمثل المتغيــر التوضيحي .

ولتحليل العلاقة مابين أسعار الأسهم وحجم التداول سنحتاج إلى إجراء رياضي يقوم بتحويل كل من أسعار الأسهم وحجم التداول وذلك عن طريق حساب تقلبات الأسعار(Price-Volatility) وفقاً للصيغة الآتية [16] :

$$PV = \frac{|R_x|}{\sigma_{RA}} \qquad \cdots (16)$$

وبما أن أسعار الأسهم في بحثنا هذا متكونة من (الحد الأدنى والمتوسط والأعلى) للسعر والتــي تمثل المتغير المعتمد الضبابي المثلثي من النوع (LR) .

لذلك فقد قام الباحثان بتضبيب الصيغة رقم (16) لتتلائم مع طبيعة البحث الضبابية وكما يأتي :

$$LPV = \frac{|RLP_x|}{\sigma_{RLP}} \qquad \ldots (17)$$

$$UPV = \frac{|RUP_x|}{\sigma_{RUP}} \qquad \ldots (18)$$

$$mPV = \frac{|RmP_x|}{\sigma_{RmP}} \qquad \ldots (19)$$

حيث أن ($LPV$) تمثل تقلبات الاسعار للحد الأدنى و($uPV$) تمثل تقلبات الاسعار للحد الأعلى و($mPV$) تمثل تقلبات الاسعار للحد المتوسط ، وأن$RLP$ ، $RUP$ ، $RmP$ تمثل التغير في سعر الحد الادنى والحد الاعلى والمتوسط على التوالي .

أما تقلبات حجم التداول (Trading Volume Volatility) فيتم حسابها وفق الصيغة الأتية[16]:

$$TVV = \frac{|RTV|}{\sigma_{RTV}} \qquad \cdots (20)$$

حيث أن ($TVV$) تمثل تقلبات حجم التداول ، في حين أن $RTV$ تمثل التغير في القيمة المتداولة.

ويتم احتساب التغير في الأسعار حسب الصيغة الاتية [1]:

$$RP_x = \ln\left[\frac{P_{(x)}}{P_{(x-1)}}\right] \qquad \cdots (21) \cdots$$

وكما سبق في أعلاه فقد قام الباحثان بتضبيب صيغة التغير في الأسعار رقم(21) لتتلائم مع طبيعة البحث الضبابية وكما يأتي :

$$RLP_x = \ln\left[\frac{LP_{(x)}}{LP_{(x-1)}}\right] \qquad \ldots (22)$$

$$RUP_x = \ln\left[\frac{UP_{(x)}}{UP_{(x-1)}}\right] \qquad \ldots (23)$$

$$RmP_x = \ln\left[\frac{mP_{(x)}}{mP_{(x-1)}}\right] \qquad \ldots (24)$$

أما التغير في حجم التداول فيتم حسابها وفق الصيغة الأتية[1] :

$$RTV_x = \ln\left[\frac{TV_{(x)}}{TV_{(x-1)}}\right] \qquad \ldots (25)$$

أن الهدف من استخدام دالة التقلبات(Volatility) يكمن في الحصول على كمية التقلبات في الأسعار(الحد الأدنى والأعلى والمتوسط) وقيمة التداول، وعليه فأن أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي الذي نرغب بتقديره يمكن كتابته بالصيغة الأتية :

$$\mathrm{Y}_{\mathrm{PV}} = g(x_{TVV})\{+\}\varepsilon \qquad \ldots (26)$$

حيث أن : $Y_{PV} = (L_{PV}, m_{PV}, u_{PV})$

### 2.3 تقدير أنموذج الأنحدار اللامعلمي الضبابي

سنقوم بتقدير أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي والموضح بالصيغة(26) والذي يستخدم لوصف العلاقة مابين أسعار الأسهم (الحد الأدنى والمتوسط والحد الأعلى) والتي تمثل المتغير المعتمد الضبابي(متغير الاستجابة) والقيمة المتداولة وذلك بعد أجراؤنا للتحويلات اللازمة على

المتغيرين قيد البحث . وبعد الحصول على التقديرات لأساليب التمهيد اللامعلمية وعند دوال النواة (Kernel)المعتمدة والمقترحة والمبينة في الجانب النظري تم حساب قيمة معيار المقارنة (G.O.F) لبيان أفضلية النماذج .

**جدول (3) قيمة (G.O.F) لأساليب التمهيد اللامعلمية وعند دوال النواة (Kernel)**

| Kernel Functions / أساليب التقدير | Gaussian | Quartic | Sug.1 | Sug.2 |
|---|---|---|---|---|
| L.L.S | 1.80414 | 2.04725 | 2.11744 | 2.13784 |
| K.S | 1.78030 | 1.60378 | 2.08319 | 2.12143 |
| K-N-N | 1.64449 | 1.64504 | 1.64569 | 1.64636 |

من خلال مقارنة نتائج معيار(G.O.F) ولأساليب التمهيد الثلاثة وعند دوال النواة(Kernel) المعتمدة والمقترحة نلاحظ بأن أقل قيمة لهذا المعيار كانت لأسلوب الجوار الأقرب k (K-N-N) وعند دوال النواة (Sug.2،Sug.1، Gaussian) ، في حين عند دالة النواة(Quartic) كان أسلوب تمهيد النواة (K-S) هوالأفضل وذلك بامتلاكه أقل قيمة لمعيار(G.O.F) ومن ذلك فأن أفضل أسلوب تمهيدي في هذا البحث هو أسلوب الجوار الأقرب-K والذي يمكن استخدامه في تقدير أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي .

## 4. الاستنتاجات والتوصيات

### 1.4 الاستنتاجات

يتبين من خلال نتائج معيار(G.O.F) ولأساليب التمهيد الثلاثة وعند دوال النواة المعتمدة والمقترحة ما يأتي :

- أن أقل قيمة لمعيار(G.O.F) كانت لأسلوب الجوار الأقرب-k وعند دوال النواة( Gaussian، Sug.1 ،Sug.2) .
- كان أسلوب تمهيد النواة(K-S) هو الأفضل عند دالة النواة(Quartic) وذلك بامتلاكه أقل قيمة لمعيار(G.O.F) .
- أن تأثير أختيار نوع دالة النواة(Kernel) في أساليب التمهيد المستخدمة في التقدير يكون قليلاً حيث لأحظنا بأن قيم(G.O.F) كانت متساوية أو قريبة من بعضها وعند دوال النواة المختلفة (المعتمدة والمقترحة) .

نستنتج في هذا البحث وبناءاً على نتائج قيم معيار(G.O.F) بأن أفضل أسلوب تمهيدي هو أسلوب الجوار الأقرب- K .

### 2.4 التوصيات

- نوصي باستخدام أسلوب الجوار الأقرب–K في تقــدير أنمــوذج الانحــدار اللامعلمــي الضبابي.
- لأهمية تحديد معلمة التمهيد المثلى في أساليب التمهيد نوصي بأستعمال عدة طرق لاختيار معلمة التمهيد المثلى واعتماد الطريقة التي تؤدي الى افضل تقدير أي المفاضــلة مــابين التحيز والتباين .
- دراسة أنموذج الانحدار اللامعلمي الضبابي بمُدخلات اعتيادية ومُخرجات ضبابية من النوع شبه المنحرف(Trapezoidal) وباستعمال أساليب التمهيد المختلفة لتقدير هذا الأنموذج .

## 5. المصادر References


1. AL-Jafari,M.Kh., and Tliti , Ah.,(2013),"***An Empirical Investigation of the Relationship between Stock Return and Trading Volume***" *Evidence from the Jordanian Banking Sector" journal of Applied Finance & Banking* , vol.3,no.3,(45-64) .
2. Bora, D.J.,(2014),"***Effect of different distance measures on the performance of k-Means Algorithm : An experimental study in matlab***" International journal of computer science and information technologies ,vol.5(2),2501-2506.
3. Bowman , A.W.and Azzalini,A.,(1997)," ***Applied Smoothing Techniques for Data Analysis: The Kernel Approach with S-Plus Illustrations***". Clarendon Press, Oxford.
4. Cheng, C.-B. and . Lee, E.S. (1999)," ***Nonparametric fuzzy regression k-NN and kernel smoothing techniques"*** Computers and Mathematics with Applications,38, 239–251.
5. Denoncourt ,F.(2013) ,"***Introduction to fuzzy logic"*** Massachusetts Institute of Technology .
6. Fan, J. and Gijbels , I.(1996) ***"Local Polynomial Modelling and Its Applications"*** Chapman & Hall, London **.**
7. Farnoosh , R. ,Ghasemian , J. and Fardo.S., (2012)***"A modification on ridge estimation for fuzzy nonparametric regression"*** Iraninan Journal of Fuzzy systems 9, pp75-88.
8. George ,J.Kilr and Bo Yuan(1995),"***Fuzzy sets and Fuzzy logic Theory and applications***" . publ . By prentice Hall PTR.New Jersey.
9. Gyorfi ,L.,Kohler, M.,Krzyzak ,A., and Walk,H.,(2002)"***A distribution – Free Theory of Nonparametric Regression***" .Spring-verlage , New York ,Inc
10. Härdle ,W.(1994),***"Applied Nonparametric Regression"*** Humboldt University.

11. Hastie,T.J. and Tibshirani, R.J.,(1990) ***" Generalized Additive Models"*** Chapman& Hall, London .
12. Kim, B. and Bishu, R.R. (1998)***"Evaluation of fuzzy linear regression models by comparing membership functions"***Fuzzy Sets and Systems,100,1-3, 343–352.
13. Mack.Y.p.(1981),"***Local properties of K-NN regression estimates***"society for industrial and applied mathematics,2(3), 311–323.
14. Paul H.K., and Vidakovic B.(2007)'"**Nonparametric statistics with applications to science and engineering** "pp.208
15. Peters, G .(1994)***"Fuzzy linear regression with fuzzy intervals "***Fuzzy Sets and Systems, 63(1),45-55
16. Podobnik,B.,Horvatic,D.,Peterson, Alexander M., & Stanley, H. Eugene,(**2009**), "***Cross-Correlations between Volume Change and Price Change***". PNAS,106(52),22079–22084.
17. Pourahmad, S., Ayatollahi ,S. M. T Taheri, S. M. , and Agahi. Z. H. **(**2011**)** ***"Fuzzy logistic regression based on the least squares approach with application in clinical studies".***
18. Ullah,A.,and Viond,H.D,(1993),"***General Nonparametric Regression Estimation and testing in Econometrics***" Handbook of statistics , Vol.11**.**
19. Wang, N. Zhang ,W.X and Mei ,Ch.L.,(2007***),"Fuzzy nonparametric regression based on local linear smoothing technique "*** Information Science ,177,3882-3900.
20. Zadeh , L. A. (1965**)**, ***"Fuzzy sets Information and Control "*** vol. 8, pp.338-353 .
21. Zimmermann, H.J.,(2001),"***Fuzzy set theory and its Applications"*** Fourth edition , springer science + Business media , LLC.

# Fuzzy Nonparametric Regression Model Estimation Based on some Smoothing Techniques With Practical Application


## Abstract

In this research, we use fuzzy nonparametric methods based on some smoothing techniques, were applied to real data on the Iraqi stock market especially the data about Baghdad company for soft drinks for the year (2016) for the period (1/1/2016-31/12/2016) .
A sample of (148) observations was obtained in order to construct a model of the relationship between the stock prices (Low, high, modal) and the traded value by comparing the results of the criterion (G.O.F.) for three techniques , we note that the lowest value for this criterion was for the K-Nearest Neighbor at Gaussian function .


**Keywords** : Univariate fuzzy nonparametric regression ; Triangular fuzzy number ; Local linear smoothing ; Kernel smoothing ; K-nearest neighbor ; Optimal smoothing parameter **.**