صياغة وحل نماذج البرمجة الخطية باستخدام برنامج الجداول الالكترونية EXCEL

فادي هاني خضر عبير علي محمد حسين نعمه حافظ ثابت

وسام عبد الحسين موسى أنور كامل محمود

وزارة العلوم والتكنولوجيا

الخلاصـــــة:

الهدف من هذا البحث هو ابراز اهمية استخدام الجداول الالكترونية لحل الكثير من المشاكل الرياضية التي تواجه صناع القرار ومنفذيه ويستخدم لتقليل الصعوبات التي تواجه الباحثين في الحصول على البرامجيات الجاهزة الخاصة بالتحليل الكمي والتي تكون عالية الثمن ولصعوبة فهمها وعند تطبيقها تحتاج الى فترة زمنية لاستيعابها.

تستخدم الجداول الالكترونية في حل الكثير من نماذج البرمجة الخطية ومثال على ذلك مسائل تحديد الموارد ومسائل النقل واتخاذ القرارات وجدولة الانتاج ومن ناحية اخرى ان برنامج الجداول الالكترونية EXCEL يمتاز بسهولة تطبيقه واستيعابه من اللذين لديهم خبرة في مجال البرمجة الخطية والتحليل الكمي والحاسبات.

ويحتوي هذا البحث على مثالاً عملياُ لبناء وصـــياغة وحـــل نمـــوذج رياضـــي باستخدام هذا الاسلوب.

المقدمة:

تعتبر البرمجة الخطية من اهم النماذج التي تساعد الادارة في اتخاذ القرار الامثل بطرق رياضية وبرمجية سواء كانت انتاجية او تمويلية . فهي تقوم بمساعدة الادارة في حل مشاكل تخصيص الموارد النادرة والاستخدامات البديلة . كما تستخدم نماذج البرمجة الخطية في جدولة الانتاج وتخاذ القرارات وخاصة بالامور المتعلقة بحل مسائل النقل والتوزيع الامثل ليتم الوصول الى اقرب طريق واقل كلفة[1] .

مع كل ذلك فان نماذج البرمجة الخطية تحتاج الى شخص متخصص في علم بحوث العمليات او فروع علم الحاسوب عند تطبيقها عملياً. كما ان حل مسائل البرمجة الخطية تحتاج الى برامج خاصة وفي الغالب تكون هذه البرامج غالية الثمن نسبياً ، كما ان

التمرس عليها يحتاج الى وقت ليس بالقليل[2] . من هنا جاءت الحاجة الى استخدام برامج الجداول الالكترونية في حل مسائل البرمجة الخطية وتعتبر هذه الطريقة من افضل الطرق.

انواع ونماذج البرمجة الخطية:

يمكن ان تحل نماذج البرمجة الخطية بثلاثة طرق[3] :-

أ- الطريقة البيانية : وتستخدم هذه الطريقة لمتغيرين فقط.

ب- الطريقة المبسطة Simplex Method: وهذه الطريقة تحتاج الى حسابات رياضية طويلة.

ج- طريقة النقل Transportation Method: وتستخدم هذه الطريقة للوصول الى اقصر طريق واقل كلفة ممكنة.

د- من خلال استخدام البرامج الجاهزة والتي تكون اغلب الاحيان غالية الثمن وصعوبة ممارستها. لكن برنامج الـــ Excel يمكننا ان نتغلب على المشاكل اعلاه لانه يحتوي على خواص ومميزات كثيرة وكذلك سهولة التعامل معه وتستخدم في مجالات عديدة مثل الاحصاء والتحليل الكمي والرسوم البيانية والدوال والمعادلات الرياضية.

وكذلك يمكن استخدامه في حل نماذج البرمجة الخطية Linear Programming من خلال استخدام خاصية Solver [4] . وسنقوم بتوضيح صياغة المسالة الرياضية وتطبيق هذه الصياغة كالاتي.

مثال تطبيقي لنموذج برمجة خطية

يقوم صاحب مصنع للخياطة بانتاج نوعين من الالبسة وهم البناطير (T) والقمصان (C) هذا المصنع يستخدم القماس والايدي العاملة في النتاج ، لدى المصنع 1200 ساعةعمل متاحة و 5000$ لشراء القماش ، ولانتاج البنطرون الواحد يحتاج الى اربع ساعات عمل وبكلفة 10$ ويحتاج القميص الواحد الى 7 ساعات عمل وبكلفة 35$. وكل بنطرون يعطي ربح قدره 9$ والقميص 20$.

الحل المطلوب ماهو افضل نوع من انواع المنتوجين والذي نحقق منه اعلى الارباح

في بداية الحل نقوم بتحويل المسالة الى نموذج برمجة خطية وتصبح بالشكل التالي:

Maximize= 9C+20T

Subject to:

$4c+7T \leq 1200$ (قيد ساعات العمل)

$10C+35T \leq 5000$ (قيد كلفة القماش)

$C \geq 0 , T \geq 0$ (قيد اللاسلبية)

نقوم بحل المعادلة او المسالة الخطية باستخدام برنامج Excel على النحو التالي:

لكي نقوم بحل نموذج برمجة خطية باستخدام برنامج Excel علينا ان نقوم باتباع الخطوات التالية.

أ- ادخال البيانات بالشكل الصحيح .

ب- كتابة الصيغة المطلوبة بافضل شكل.

ج- تعريف دالة الهدف.

د. تحديد الخلايا المتغيرة.

هـ- اضافة جميع القيود.

و- حل النموذج الكامل.

أ- إدخال البيانات بالشكل الصحيح: نقوم بادخال البيانات كما في الشكل الموفق (الشكل رقم (1))

* إدخال بيانات متغيرات القيود (F8:F9 , B8: C9 , B5:C5) وتعتبر هذه هي خلايا الادخال Data Cells

* ادخال متغيرات القرار (C3:B3) .

هذه الخطوة تقوم فقط بتسمية الخلايا وتقوم بادخال قيمة اولية لها لكل قرار . وتسمى هذه الخلايا بالخلايا المتغيرة Changing Cell.

* ادخال دالة الهدف Target Cell : وهذه الدالة هي التي نريد تحقيقها فاما ان تكون تعظيم الربح او تنديت التكاليف ويجب ان تكون على شكل معادلة رياضية Equation (انظر الخلية D5) .

* ادخال قيم القيود التي تتضمن الطرفين الطرف الايسر يمثل الموارد المستخدمة والطرف الايمن يتضمن الموارد المتوفرة (انظر D8:D9) .

الشكل رقم (1) عملية ادخال البيانات

	A	B	C	D	E	F
1						
2		بنطلون	قميص			
3	الحل	0	0			
4				الربح الاجمالي		
5	الربح	$9.00	$20.00	$0.00		
6						
7				LHS		RHS
8	العمل	4	7	0	≤	1200
9	القماش	10	35	0	≤	5000
10						

ب- كتابة الصيغة المطلوبة:

نبدأ باستخدام الصيغة SUMPRODUCT وهذه الدالة تستخدم لايجاد ناتج جمع خلايا معينة ذات نطاقين Two Range فنقوم بعمل الصياغة التالية:

SUMPRODUCT (B5:C5, B3:C3) فهذه الصيغة تقوم بجمع الناتج الحاصل من B5×C5 . ويجب ان تكون بنفس المرتبة (أي عدد الصفوف مساوية الى عدد الاعمدة) وبالنسبة لنماذج البرمجة الخطية تستخدم دائما صيغة SUMPRODUCT او SUM لدالة الهدف حيث نضمن خطية المعادلة.

ج- تعريف خلية الهدف Target Cell :

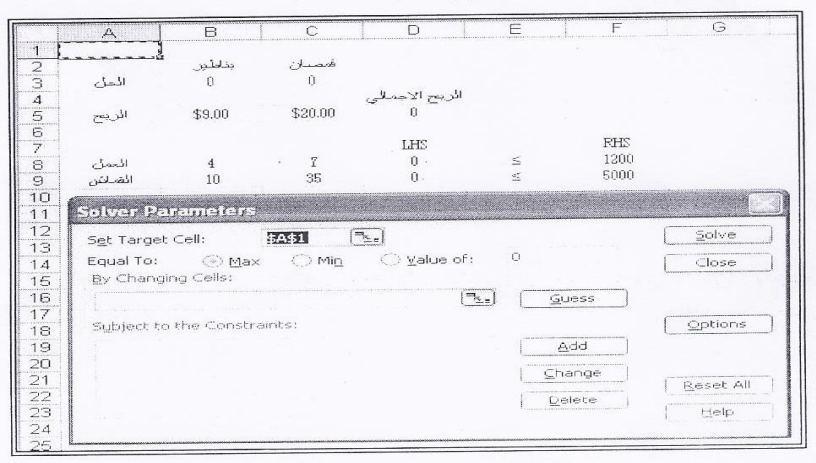
عندما نتاكد من ادخال البيانات التي تحتوي على عناصر نموذج البرمجة الخطية (البيانات ، دالة الهدف ، المتغيرات ، جميع القيود) ننتقل الى الخطوة التالية:-

* نختار الامر Solver عن طريق القوائم في برنامج Excel ، ولكي نختار خلايا دالة الهدف نختار زر الخيار المقابل الى مجموعة دالة الهدف Set Target Cell من نافذة Solver (انظر الشكل (2)) ونقوم بعدها بالاجراءات التالية:

1. ننقر على الخلية التي تمثل دالة الهدف.
2. نطبع عنوان الخلية التي تمثل دالة الهدف.
3. نقوم باختيار اما تعظيم Max أو التدنية Min وهذا يعتمد على نوع دالة الهدف .

ويجب ان نتاكد من ان خلية دالة الهدف تكون خلية واحدة فقط وهذه الخلية تحتوي على معادلة دالة الهدف.

الشكل رقم (2) تحديد دالة الهدف



د- تحديد الخلايا المتغيرة :

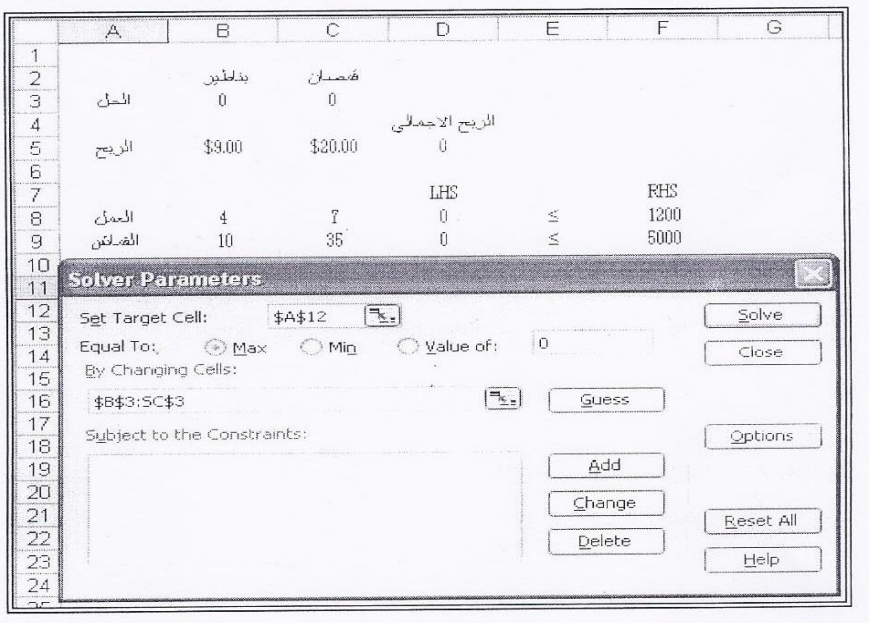
في هذه المرحلة نقوم بتحديد خلايا متغيرات القرار والتي سيقوم الــ Solver بتغيير قيمتها عندما يحاول ان يجد القيمة القصوى للنموذج (انظر الشكل رقم (3)) ولكي نقوم بالعمل نتبع الخطوات التالية :-

ننقر على زر الخيار لتغيير الخلايا By Changing Cell ومن ثم نقوم بالاجراءات التالية :-

1- نختار الخلايا التي تمثل متغيرات القرار.

2- نطبع كل عناوين الخلايا التي تمثل متغيرات القرار.

الشكل رقم (3) تحديد الخلايا المتغيرة



هـ - اضافة القيود:

لكي نبدأ باضافة القيود ننقر على زر Add من نافذة Solver ستظهر لنا نافذة جديدة (انظر الشكل رقم (4)) فنقوم باحد الاجراءات التالية:

1. ننقر على الخلايا التي نريد ان تكون مقيدة.
2. نطبع مراجع الخلايا التي نريد ان تكون مقيدة.

ومن خانة اختيار المتباينات المطلوبة (نختار = >) للقيد ثم ننقر على نافذة زر خيارات القيود Constant ونقوم بالاجراءات الاتية:-

1. ننقر على الخلايا التي تحتوي على قيم القيود.
2. نطبع مراجع الخلايا التي تتضمن قيم القيود.

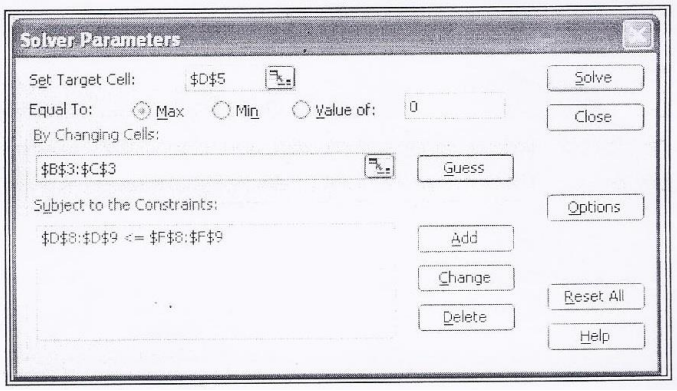
وبعد ان نختار القيود نضغط على .Ok ونرجع الى نافذة الـــ Solver.

الشكل رقم (4) ادخال القيود

و- عملية تشغيل البرنامج:-

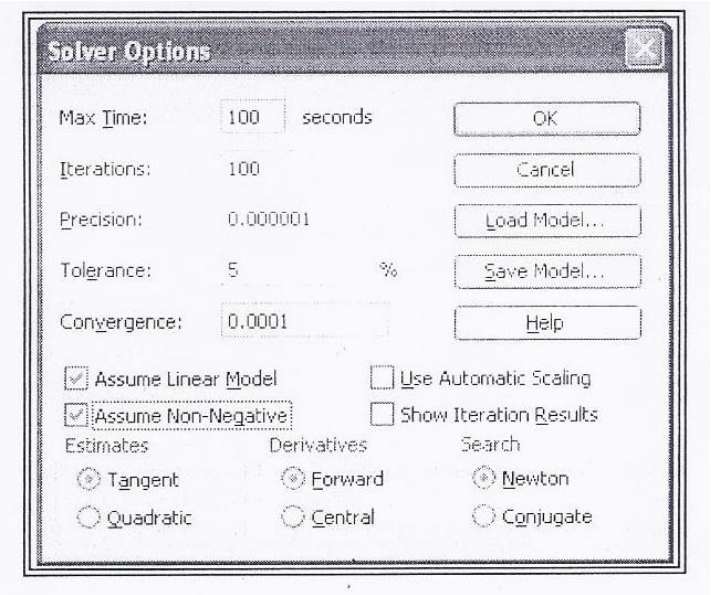
عند تحديد خلايا الهدف والخلايا المتغيرة والقيود سنكون نافذة الـــ Solver بالشكل (5)

الشكل رقم (5) نافذة الـــ Solver



المرحلة التالية هو زر الخيارات Option من نافذة Solver فعند النقر على هذا الزر ستظهر لنا نافذة Solver Option (انظر الشكل رقم (6)) وهنا يجب ان ننقر على مربع افتراض خطية النموذج Assume Liner Model ومربع افتراض اللاسلبية Assume Non Negative ثم ننقر على زر .Ok .

الشكل رقم (6) خيارات الحل



ز- حل النموذج:-

بعد ان قمنا بصياغة النموذج وتحديد الخيارات المطلوبة ننقر على زر Solve وبعدها نحصل على واحد من الرسائل التالية:-

1- Solver found solution. All constraints and optimality condition are satisfied.

مما يعني ان Solver وجد الحل الامثل للنموذج.

2- Cell values did not converge

مما يعني ان دالة الهدف تصل الى ما لا نهاية . وهذا سببه عن نسيان كتابة قيد أو إدخال دالة خطأ.

3- Solver could not find a feasible solution.

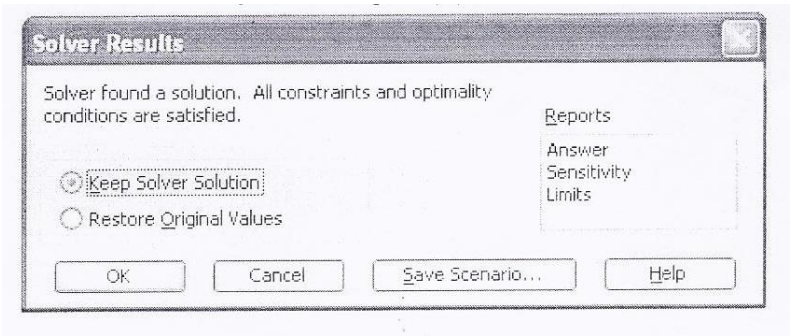
مما يعني عدم الحصول على حل ممكن ، والسبب يعود الى ادخال قيود او دوال بطريقة غير صحيحة.

4- Conditions for assume linear model not satisfied.

مما يعني ان طريقة ادخال الدالة تكون ذات صيغة غير خطية.

واذا وجد الـــ Solver الحل الامثل ستظهر لنا نافذة تحتوي على عدد من الخيارات (انظر الشكل رقم (7)) وهنا سنقوم باختيار الخيار الاول اذا اردنا الحفاظ على الحل الامثل.

الشكل رقم (7) نتائج الحل المثلى



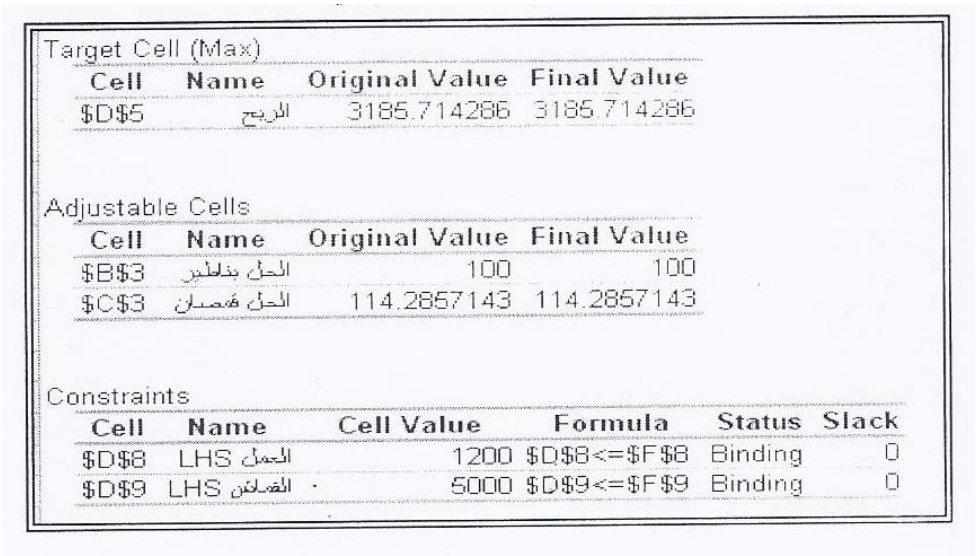
	A	B	C	D	E	F
1						
2		بناطير	قمصان			
3	الحل	100	114.2857			
4				الربح		
5		9	20	3185.714		
6						
7				LHS		RHS
8	العمل	4	7	1200 ≤		1200
9	القماش	10	35	5000 ≤		5000

من نتائج الحل الامثل التي حصلنا عليها نجد ان الشركة تنتج 100 قميص 114.29 بنطرون وتحقق اعلى ربح وقدره 3.185.71.

6- تحليل الحساسية: Sensitivity Analysis

فضلاً عن المعلومات التي حصلنا عليها في الحل الامثل فهناك خيارات اخرى يوفرها لنا الـــ Solver هو التقرير Answer Report وهو تحليل الحساسية[5]. فالتقرير يعطينا معلومات تفصيلية عن الحل الامثل وايضاً يعطينا تقرير عن القيود غير الملزمة (انظر الشكل رقم (8)).

الشكل رقم (8) نتائج التقرير النهائي



Target Cell (Max)

Cell	Name	Original Value	Final Value
$D$5	الربح	3185.714286	3185.714286

Adjustable Cells

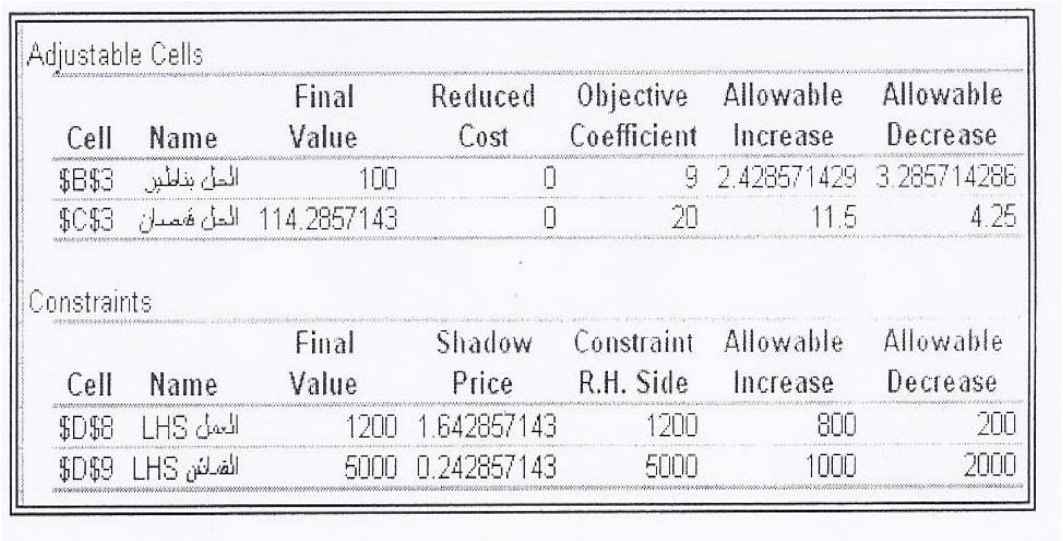
Cell	Name	Original Value	Final Value
$B$3	الحل بناطير	100	100
$C$3	الحل قمصان	114.2857143	114.2857143

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
$D$8	LHS العمل	1200	$D$8<=$F$8	Binding	0
$D$9	LHS القماش	5000	$D$9<=$F$9	Binding	0

اما تحليل الحساسية او تقرير تحليل الحساسية فهو يؤدي الى تغيير البيانات (القيود مثلاً) في نتيجة الحل الامثل [5] (انظر الشكل رقم (9)) ، ايضاً يحتوي تقرير تحليل الحساسية على معلومات مهمة. فمثلاً لو نضرنا تحت عمود ضل الاسعار Shadow Price فالقيمة 1.64286 تمثل زيادة دالة الهدف الناتجة عن زيادة ساعات العمل من 1200 الى 1201 .

الشكل رقم (9) نتائج تحليل الحساسية



Adjustable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
$B$3	الحل بناطير	100	0	9	2.428571429	3.285714286
$C$3	الحل قمصان	114.2857143	0	20	11.5	4.25

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
$D$8	LHS العمل	1200	1.642857143	1200	800	200
$D$9	LHS القماش	5000	0.242857143	5000	1000	2000

7- الاستنتاجات:

خلال السنوات الاخيرة اتضح دور واهمية استخدام الجداول الالكترونية في التحليل الكمي والاحصائي والتي كان لها الدور الكبير في اذلال الصعوبات التي تواجه الباحثين ومتخذي القرارات لما توفره من مزايا ومهام في مجالات عديدة منها التنبؤ والتحليل المالي وغيرها من المجالات وبالاخص في مجال علوم بحوث العمليات والحاسبات. ومن هذه الجداول الالكترونية برنامج الاكسل Excel الذي يمتلك مزايا عديدة من اهمها خاصية الـــ Solver والتي تستخدم بشكل خاص في صياغة وحل نماذج البرمجة الخطية.

كما ان سهولة التعامل مع هذه الجداول الالكترونية لم تصبح حكراً على اصحاب الاختصاص حيث اصبح من المتيسر على غير الاختصاص التعامل معها واستخدامها في اتخاذ القرارات الادارية والاقتصادية.

اضف الى ذلك استخدام برنامج Excel لم يقتصر على صياغة وحل نماذج البرمجة الخطية وانما يتعدى ذلك حيث يمكن استخدامه في تطبيقات بحوث العمليات الاخرى مثل النماذج غير الخطية ، نظرية صفوف الانتظار ، مسائل النقل، نماذج المحاكاة، والبرمجة الديناميكية. واستخدام برنامج اكسل يتميز بامكانية الربط بين الجداول الالكترونية وتطبيقات البرمجة المرئية Visual Basic Application مما يعطي مجال عمل كبير في الجداول الالكترونية وخاصة فيما يخص تطبيقات بحوث العمليات[6].

المصادر:-

1- علي حازم الياامور "استخدام نماذج البرمجة الخطية في تحديد المزيج الانتاجي الامثل الذي يعظم الارباح في ضل تطبيقات نظرية القيود" المؤتمر العلمي الثاني للرياضيات- الاحصاء والمعلوماتية 6-7/ كانون الاول / 2009 .

2- Zolfe A. F. Shalby "Solving linear programming models by spreadsheet software packages" Journal of faculty Economics and Administrative. King Abdul-Aziz University, Jeddah. :2000. Vol. 14. No. 2.

3- Martin A. " An integrated introduction to spreadsheet and programming skills for operational research students " Journal of the Operational Research Society (2000) Vol. 51 p 1399

4- Caine, D. J. and Parker B. J. "Linear programming comes of age: a decision support tool for every " .Journal of Management Decision. London :1996. Vol. 34 Iss. 4 : p 46

5- John Walkenbach, 2007, Excel 2007 Formulas, John Wiley and Sons.

6- Cliff T. Ragsdale, 2011, Spreadsheet Modeling and Decision Analysis, 6th Edition. SOUTH-WESTERN, Cengage Learning.

Formulation and Solving Linear Programming Models Using Spreadsheet Software (Excel)

Fadi Hani Khudhur Abeer A. Mohammed Hussien
Neamah H.Thabit Wissam A. Mousa Anwar K. Mahmood

Ministry of Science and Technology

Abstract:

The aim of this paper focuses upon the importance of using spreadsheet software packages in solving many problems which faces the mathematical and decision makers in general and searches in particular, the spreadsheet participate in simplifying many difficulty which face student: in getting the software of quantitative analysis, the difficulties of understanding this software consume long time and it cost high price.

The spreadsheet is used in solving many models of practical linear programming in many field: like allocation resources, production scheduling, management decision making, solve transportation problems spreadsheet packages are easy to use, even for who have not mathematics background in linear programming and quantitative analysis.

A numerical example is given to show the importance for building and formula and solve the problem of this new technique.