إيجاد أفضل معامل تمهيد لطريقة التمهيد الآسي الأحادي باستخدام طريقة البرمجة اللا خطية

خولة عبد الحسين الزبيدي
كلية الهندسة – جامعة بغداد

الخلاصة :-

أن طريقة التمهيد الآسي الأحادي تستخدم في عملية التنبؤ و تتطلب هذه الطريقة تقدير المعلمات المحددة التي تمثل الأوزان غير المتساوية التي يتم إعطاؤها إلى المشاهدات السابقة وتتراوح قيم هذه المعلمات ما بين الصفر والواحد ويرمز لها بـ (α) ويتم إعطاؤها قيم أولية لغرض البدء بعملية التنبؤ ، ولاختيار قيمها المثلى يتم عن طريق تصغير متوسط مربعات الخطأ (Mean Square error(MSE .

في هذا البحث تم استخدام طريقة البرمجة اللا خطية في تحديد أفضل معامل تمهيد أي أفضل قيمة لـ (α) تعطي أقل (MSE) وتؤدي إلى أفضل عملية تنبؤ ، وتم حل أكثر من نموذج باستخدام البرمجة اللا خطية بإعانة البرنامج الحاسوبي الجاهز (Win QSB) ، ومن النتائج تبين فعالية استخدام هذه طريقة في أيجاد معامل التمهيد .

1- المقدمة :-

أن طرائق التمهيد الآسي (***Exponential Smoothing Methods***) يتم إعطاء المشاهدات السابقة أوزان ذات قيم غير متساوية طالما أن هذه الأوزان تتناقص أسياً من نقاط البيانات الأكثر حداثة إلى الأكثر تباعداً ، سميت هذه الطرائق بطرائق التمهيد الأسي ، وهذه من التسميات الخاطئة حيث أن هذه الطرائق لا تمهد البيانات في تقدير دورية الاتجاه ولكنها تأخذ المتوسط الموزون للمشاهدات السابقة باستخدام الأوزان التي تتناقص أسياً .

تتطلب هذه الطرائق تقدير المعلمات المحددة التي تمثل الأوزان غير المتساوية التي يتم إعطاؤها إلى المشاهدات السابقة وتتراوح قيم هذه المعلمات ما بين الصفر والواحد ويتم إعطاؤها قيم أولية لغرض البدء بعملية التنبؤ ، ولاختيار قيمها المثلى يتم ذلك أما عن طريق تصغير متوسط مربعات الخطأ MSE أو متوسط مطلق الأخطاء MAPE أو استخدام اللوغارتمية

الأمثلية غير الخطية لإيجاد قيمها المثلى ، ومن الجدير بالذكر أن هناك تنوع في طرائق التمهيد الأسي على الرغم من أن جميعها تتميز بأن القيم الأكثر حداثة تنسب لها أوزان أكبر في التنبؤ من المشاهدات السابقة [1].

2 -هدف البحث :-

أيجاد أفضل معامل تمهيد لطريقة التمهيد ألأسي الأحادي باستخدام طريقة البرمجة اللاخطية ومقارنة نتيجة الحل مع قيم مختلفة لمعامل التمهيد .

3- طريقة التمهيد الآسي البسيط (Simple Exponential Smoothing Method [2,3,4])

تمتاز هذه الطريقة بقلة الحسابات والخزن حيث تكون مفيدة عندما يتم التنبؤ لعدد كبير المشاهدات على الرغم من أنها تطبق على السلسلة الزمنية التي لا تتضمن اتجاه ولا موسمية حيث تأخذ هذه الطريقة التنبؤ إلى الفترة السابقة وتعدله باستخدام خطأ التنبؤ بموجب المعادلة الآتية :

$$F_{t+1} = F_t + \alpha\,(Z_t - F_t)$$

حيث يمثل α ثابت تتراوح قيمته بين الصفر والواحد ، فإذا كانت قيمة α قريبة من الواحد دل ذلك على أن التنبؤ الجديد يتضمن تعديلات جوهرية إلى خطأ الفترة التنبؤية السابقة وعلى العكس من ذلك ، فإذا كانت α قريبة من الصفر دل ذلك على أن التنبؤ الجديد يتضمن تعديلات طفيفة جداً .

ومن الممكن كتابة المعادلة أعلاه بصيغة أخرى كما يأتي :

$$F_{t+1} = \alpha Z_t + (1-\alpha)\,F_t$$

حيث يعتمد التنبؤ F_{t+1} على إعطاء المشاهدات الأكثر حداثة Z_t ووزنٍ مساوٍ إلى α وإعطاء التنبؤ الأكثر حداثة F_t وزن مساوي إلى $(1-\alpha)$.

وتمثل هذه المعادلة الصيغة العامة في طرائق التمهيد الأسي وتتطلب خزن المشاهدة والتنبؤ الأكثر حداثة وقيمة α .

وبالتعويض المتسلسل عن F_{t-2}, F_{t-1}, F_t إلى آخره بمركباته نحصل على المعادلة الآتية:

$$F_{t+1} = \alpha Z_t + \alpha(1-\alpha)\,Z_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2\,Z_{t-2} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{t-1}\,Z_t + (1-\alpha)^t\,F_1$$

تتطلب هذه الطريقة إعطاء قيم أولية إلى F_1 والتي من الممكن اعتبارها أما مساوية إلى Z_1 أو استخدام المتوسط لأول أربع أو خمس قيم من مجموع البيانات كتنبؤ أولي ثم متابعة الحسابات .

4- البرمجة اللا خطية(NLP) (Non Linear Programming) [5,6,7]:-

تختلف البرمجة اللاخطية عن البرمجة الخطية بأن نموذجها يحتوي على متغير واحد أو أكثر لا خطي في دالة الهدف أو القيود ، وأن النموذج العام للبرمجة اللاخطية يكون كالأتي :-

$$Min(or\ Max) = f(x)$$

s.to

$$g(x) \leq 0$$

$$h(x) = 0$$

$$x \in X$$

حيث أن :-

$f(x)$: دالة الهدف

$g(x)$: قيود عدم المساواة

$h(x)$: قيود المساواة

وأن X مجموعة جزئية من R^{n_x} حيث أن $f: X \to R \quad , \; g: X \to R\, , \quad h: X \to R$

وللمتغير X حدود عليا ودنيا .

5- استخدام البرمجة اللا خطية لإيجاد أفضل معامل تمهيد لطريقة التمهيد الآسي الأحادي:-

يمكن تكوين نموذج البرمجة اللاخطية لطريقة التمهيد الآسي الأحادي كما يأتي:-

$$Min\ Z = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(Y_i - F_i)^2$$

$$F_{t+1} = \alpha Z_t + (1-\alpha)\, F_t$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

حيث أن (m) عدد المشاهدات .

مثال (1-5) السلسلة الزمنية أدناه تمثل مبيعات سلعة ما شهريا والمطلوب أيجاد المعادلة التنبؤية للمبيعات باستخدام طريقة التمهيد الآسي الأحادي :-

الشهر	ك2	شباط	آذار	نيسان	أيلول
المبيعات (بالآلاف)	3	5	2	7	9

الحل :-

أن أيجاد أفضل معادلة تنبؤية يتم من خلال أيجاد أفضل معامل تمهيد وذلك عن طريق تصغير متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولتصغير مربعات الخطأ إلى أقل ما يمكن وبدون تكرار قيم تجريبية لمعامل التمهيد تم استخدام طريقة البرمجة اللا خطية كما يأتي :-

$$F_2 = Y_1 = 3$$

$$F_3 = \alpha Y_2 + (1-\alpha)F_2$$

$$F_3 = 5\alpha + 3(1-\alpha) = 2\alpha + 3$$

$$F_4 = 3 + \alpha - 2\alpha^2$$

$$F_5 = 3 + 5\alpha - 3\alpha^2 + 2\alpha^3$$

علية يكون متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمثال أعلاه كما يأتي :-

$$MSE = \frac{1}{4}[(5-3)^2 + (2-2\alpha-3)^2 + (7-3-\alpha+2\alpha^2)^2 + (9-3-5\alpha+3\alpha^2-2\alpha^3)^2]$$

فيصبح نموذج البرمجة اللا خطية كالأتي :-

$$Mim\ Z = \frac{1}{4}[4 + (-2\alpha-1)^2 + (4-\alpha+2\alpha^2)^2 + (6-5\alpha+3\alpha^2-2\alpha^3)^2]$$

s.to

$\alpha \geq 0$

$\alpha \leq 1$

وتم حل النموذج أعلاه باستخدام البرنامج الجاهز (Win QSB) وتم استبدال α بـ (X) في البرنامج لسهولة كتابة النموذج كما في الشكل (1) و (2) .

	OBJ / Constraint / Variable Bound
Minimize	1+0.25(-2X-1)^2+0.25(4-X+2X^2)^2+0.25(6-5X+3X^2-2X^3)^2
C1	X>=0
C2	X<=1
X	>=0, <=1

الشكل (1) يبين كتابة نموذج برمجة اللاخطية للمثال الأول في البرنامج

02-13-2012	Decision Variable	Solution Value
1	X	0.6925
Minimized	Objective Function =	9.7154

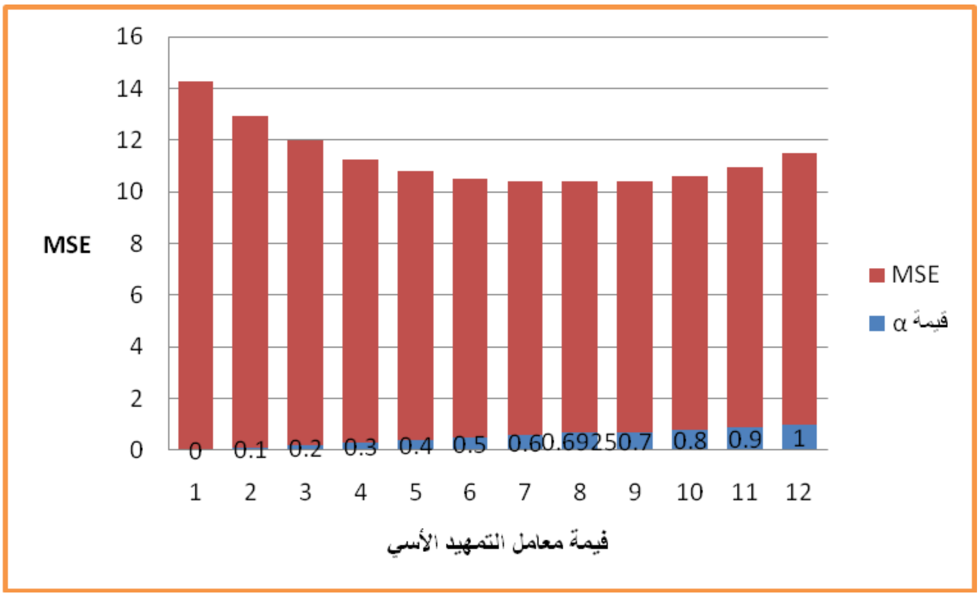
الشكل (2) يبين حل نموذج برمجة اللاخطية للمثال الأول

أن قيمة $(\alpha = 0.6925)$ و $(MSE = 9.7154)$ وللتأكد من صحة الحل سنفرض عدة قيم (α) ونقارن متوسط مربعات الخطأ (MSE) التي نحصل عليها مع (MSE) الناتج من قيمة (α) التي تم تحديدها بواسطة نموذج البرمجة اللا خطية وكما في الجدول (1).

الجدول (1) يبين قيم (MSE) الناتجة من تعويض قيم مختلفة لـ (α) للمثال الأول

ت	قيم α	قيم MSE
1	0	14.25
2	0.1	12.8413
3	0.2	11.7663
4	0.3	10.96376
5	0.4	10.38658
6	0.5	10
7	0.6	9.780575
8	0.6925	9.7154
9	0.7	9.715763
10	0.8	9.804303
11	0.9	10.0573
12	1.0	10.5

من الجدول رقم (1) نلاحظ قيمة أن $\alpha = 0.6925$ قد أعطت أقل **MSE** وكلما أقتربت قيمة α من القيمة المستخرجة بنموذج البرمجة اللاخطية كلما كان **MSE** أقل كما موضح في الشكل (3).



الشكل (3) يبين تقارب قيم MSE كلما اقترنا من قيمة α المستخرجة

مثال (2-5) السلسلة الزمنية أدناه تمثل عدد الداخلين أسبوعيا إلى مدينة الألعاب والمطلوب أيجاد المعادلة التنبؤية للعدد الداخلين باستخدام طريقة التمهيد الآسي الأحادي :-

الأسبوع	الأسبوع 1	الأسبوع 2	الأسبوع 3	الأسبوع 4	الأسبوع 5	الأسبوع 6	الأسبوع 7	الأسبوع 8
عدد الداخلين(بالآلاف)	10	30	50	60	80	50	90	100

الحل :-

$$F_2 = Y_1 = 10$$
$$F_3 = \alpha Y_2 + (1-\alpha)F_2$$
$$F_3 = 30\alpha + 10(1-\alpha) = 10 + 20\alpha$$
$$F_4 = 10 + 60\alpha - 20\alpha^2$$
$$F_5 = 10 + 110\alpha - 80\alpha^2 + 20\alpha^3$$
$$F_6 = 10 + 180\alpha - 190\alpha^2 + 100\alpha^3 - 20\alpha^4$$
$$F_7 = 10 + 220\alpha - 370\alpha^2 + 290\alpha^3 - 120\alpha^4 + 20\alpha^5$$
$$F_8 = 10 + 300\alpha - 590\alpha^2 + 660\alpha^3 - 410\alpha^4 + 140\alpha^5 - 20\alpha^6$$

علية يكون متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمثال أعلاه كما يأتي :-

$$MSE = \frac{1}{7}[(30-10)^2 + (50-10-20\alpha)^2 + (60-10-60\alpha+20\alpha^2)^2 + (80-10-110\alpha+80\alpha^2-20\alpha^3)^2(50-10-180\alpha\ +190\alpha^2 - 100\alpha^3+20\alpha^4)^2(90-10-220\alpha+370\alpha^2-290\alpha^3+120\alpha^4 - 20\alpha^5)^2(100-10-300\alpha+590\alpha^2-660\alpha^3+410\alpha^4-140\alpha^5 + 20\alpha^6)^2]$$

فيصبح نموذج البرمجة اللا خطية كالأتي :-

$$MSE = \frac{1}{7}[400 + (40-20\alpha)^2 + (50-60\alpha+20\alpha^2)^2 + (70-\ 110\alpha\ +80\alpha^2-20\alpha^3)^2(40-180\alpha\ +190\alpha^2-100\alpha^3 + 20\alpha^4)^2(80-220\alpha+370\alpha^2-290\alpha^3+120\alpha^4-20\alpha^5)^2(90 - 300\alpha+590\alpha^2-660\alpha^3+410\alpha^4-140\alpha^5+20\alpha^6)^2]$$

s.to

$\alpha \geq 0$

$\alpha \leq 1$

وتم حل النموذج أعلاه باستخدام البرنامج الجاهز (Win QSB) وكانت نتيجة الحل كما في الشكل (4).

02-16-2012	Decision Variable	Solution Value
1	X	0.8860
Minimized	Objective Function =	547.5006

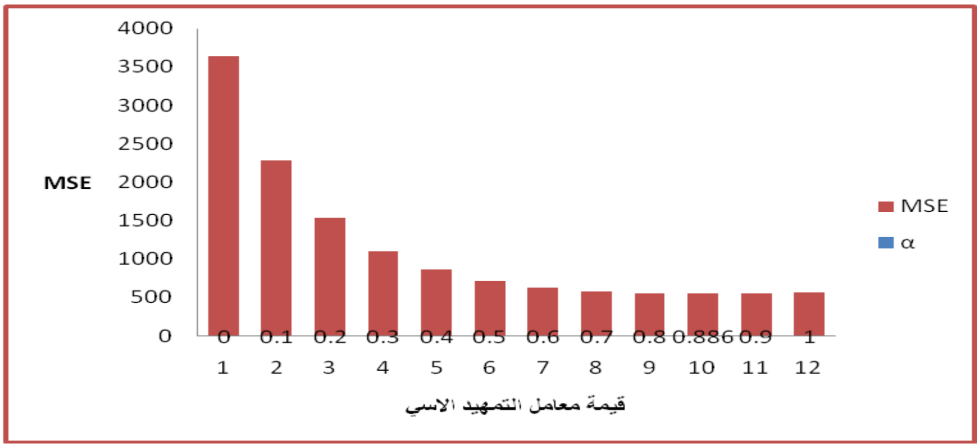
الشكل (4) يبين حل نموذج برمجة اللاخطية للمثال الثاني

أن قيمة $(\alpha = 0.886)$ و$(MSE = 547.5006)$ وللتأكد من صحة الحل سنفرض عدة قيم لـ (α) ونقارن متوسط مربعات الخطأ (MSE) التي نحصل عليها مع (MSE) الناتج من قيمة (α) التي تم تحديدها بواسطة نموذج البرمجة اللا خطية وكما في الجدول (2) .

الجدول (2) يبين قيم (MSE) الناتجة من تعويض قيم مختلفة لـ (α) للمثال الثاني

ت	قيم α	قيم MSE
1	0	3642.857
2	0.1	2281.699
3	0.2	1526.655
4	0.3	1100.226
5	0.4	854.4547
6	0.5	710.4492
7	0.6	625.8285
8	0.7	577.6559
9	0.8	553.644
10	0.886	547.5006
11	0.9	547.6187
12	1.0	557.1429

و نلاحظ قيمة أن α= 0.866 قد أعطت أقل **MSE** وكلما اقتربت قيمة α من القيمة المستخرجة كلما كان **MSE** أقل كما مبين في الشكل (5).



الشكل (5) يبين تقارب قيم MSE كلما اقترنا من قيمة α المستخرجة

مثال (3-5) السلسلة الزمنية أدناه تمثل مبيعات السيارات سنويا لأحدى الشركات والمطلوب أيجاد المعادلة التنبؤية للمبيعات باستخدام طريقة التمهيد الآسي الأحادي :-

السنة	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
المبيعات (بالآلاف)	5	15	20	22	50	25	35	45	60

الحل :-

$$F_2 = Y_1 = 5$$
$$F_3 = \alpha Y_2 + (1-\alpha)F_2$$
$$F_3 = 5\alpha + 15(1-\alpha) = 5 + 10\alpha$$
$$F_4 = 5 + 25\alpha - 10\alpha^2$$
$$F_5 = 5 + 42\alpha - 35\alpha^2 + 10\alpha^3$$
$$F_6 = 5 + 87\alpha - 77\alpha^2 + 45\alpha^3 - 10\alpha^4$$
$$F_7 = 5 + 107\alpha - 164\alpha^2 + 122\alpha^3 - 55\alpha^4 + 10\alpha^5$$
$$F_8 = 5 + 137\alpha - 271\alpha^2 + 286\alpha^3 - 177\alpha^4 + 65\alpha^5 - 10\alpha^6$$
$$F_9 = 5 + 177\alpha - 408\alpha^2 + 557\alpha^3 - 463\alpha^4 + 242\alpha^5 - 75\alpha^6 + 10\alpha^7$$

علية يكون متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمثال أعلاه كما يأتي :-

$$MSE = \frac{1}{8}\Big[(15-5)^2 + (20-5-10\alpha)^2 + (22-5-25\alpha+10\alpha^2)^2 + (50-5-42\alpha+35\alpha^2-10\alpha^3)^2 + (25-5-87\alpha+77\alpha^2-45\alpha^3+10\alpha^4)^2 + (35-5-107\alpha+164\alpha^2-122\alpha^3+55\alpha^4-10\alpha^5)^2 + (45-5-137\alpha+271\alpha^2-286\alpha^3+177\alpha^4-65\alpha^5+10\alpha^6)^2 + (60-5-177\alpha+408\alpha^2-557\alpha^3+463\alpha^4-242\alpha^5+75\alpha^6-10\alpha^7)^2\Big]$$

فيصبح نموذج البرمجة اللا خطية كالأتي :-

$$MSE = \frac{1}{8}\Big[100 + (15-10\alpha)^2 + (17-25\alpha+10\alpha^2)^2 + (45-42\alpha+35\alpha^2-10\alpha^3)^2 + (20-87\alpha+77\alpha^2-45\alpha^3+10\alpha^4)^2 + (30-107\alpha+164\alpha^2-122\alpha^3+55\alpha^4-10\alpha^5)^2 + (40-137\alpha+271\alpha^2-286\alpha^3+177\alpha^4-65\alpha^5+10\alpha^6)^2 + (55-177\alpha+408\alpha^2-557\alpha^3+463\alpha^4-242\alpha^5+75\alpha^6-10\alpha^7)^2\Big]$$

s.to

$\alpha \geq 0$

$\alpha \leq 1$

وتم حل النموذج أعلاه باستخدام البرنامج الجاهز (Win QSB) وكانت نتيجة الحل كما في الشكل (6).

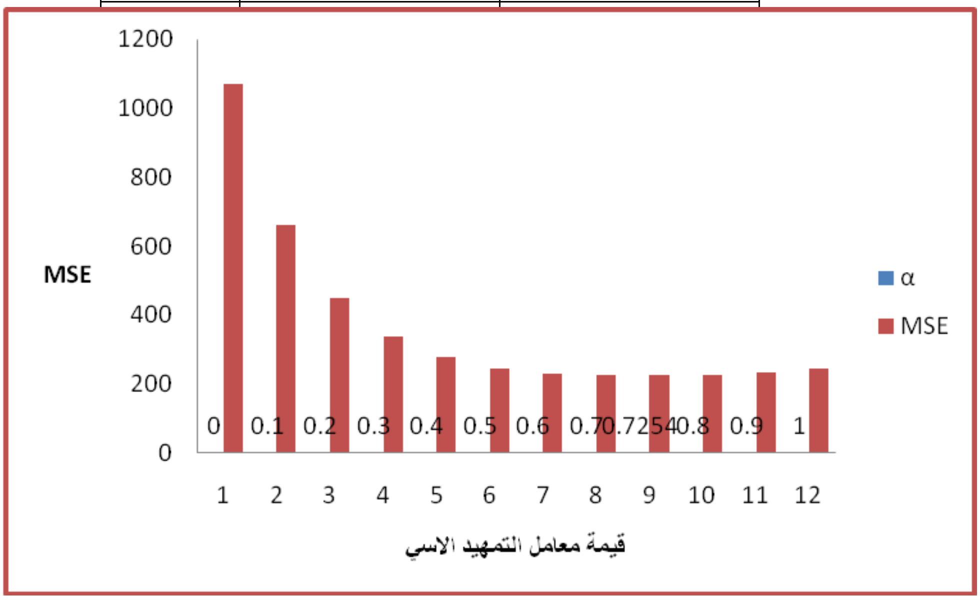
02-16-2012	Decision Variable	Solution Value
1	X	0.7254
Minimized	Objective Function =	225.4984

الشكل (4) يبين حل نموذج برمجة اللاخطية للمثال الثالث

أن قيمة $(\alpha = 0.7254)$ و $(MSE = 225.4984)$ وللتأكد من صحة الحل سنفرض عدة قيم لـ (α) ونقارن متوسط مربعات الخطأ (MSE) التي نحصل عليها مع (MSE) الناتج من قيمة (α) التي تم تحديدها بواسطة نموذج البرمجة اللا خطية وكما في الجدول (3) و نلاحظ قيمة أن α= 0.7254 قد أعطت أقل **MSE** وكلما اقتربت قيمة α من القيمة المستخرجة بواسطة نموذج البرمجة اللاخطية كلما كان **MSE** أقل كما مبين في الشكل (7).

الجدول (2) يبين قيم (MSE) الناتجة من تعويض قيم مختلفة لـ (α) للمثال الثالث

ت	قيم α	قيم MSE
1	0	10705
2	0.1	659.5069
3	0.2	447.9787
4	0.3	336.8361
5	0.4	277.6799
6	0.5	246.5289
7	0.6	231.2763
8	0.7	225.759
9	0.7254	225.4984
10	0.8	226.9391
11	0.9	233.5388



الشكل (7) يبين تقارب قيم MSE كلما اقتربنا من قيمة α المستخرجة

6- الاستنتاجات :-

يمكن عرض أهم النتائج التي تم التوصل إليها وهي كالأتي :-

1- توجيه اهتمام القائمين على الشركات والمصانع الإنتاجية إلى أهمية استخدام الأساليب الإدارية الحديثة والاعتماد على أساليب بحوث العمليات مثل نموذج البرمجة اللاخطية .بما يسهم في تحقيق أهداف هذه المنظمات، كما أنها توفر قدراً من المعلومات والبيانات التي تساعدها في القيام بوظائفها بفعالية وكفاءة عالية.

2- تعد طريقة برمجة اللاخطية من الطرق المتقدمة والعملية في إيجاد معامل التمهيد ألأسي الأحادي .

3-اعتماد البرمجيات الجاهزة ساعد في أيجاد الحل الأمثل للنماذج بسرعة وكفاءة ودقة عالية مثل برنامج (Win QSB) .

7- المصادر :-

1- Abraham , B.and Ledoter ,J. , Statistical Methods for Forecasting [1983] , John wiley , New York .

2-Bermudez , J.,Segura ,J. and Vercher , E. , Bayesian forecasting with Holt-Winters model [2010] Journal of the operational research Society ,Vol.(61), P(164-171).

3-Hansen ,J. ,Mcdonald ,J. , Nelson ,R. , Some evidence on forecasting time-series With Support Vector machines [2006] Journal of the operational research Society ,Vol.(57), P(1053-1063).

4-Makridakis ,S. , Wheelwright , S.C. and McGee , V.E. , Forecasting Methods and Application [1983] , 2nd ,John Wiley , New York .

5-Taha ,Hamdy A., operations research: An introduction ,[2007] eighth edition,New Delhi .

6- . Chachuat , B. , Nonlinear and Dynamic Optimization: From Theory to Practice. [2007]Automatic Control Laboratory, EPFL, Switzerland .

7- Abha G. and G. C. SHARMA , A Technique.to Eliminate the Bounds **in** Nonlinear Programming Problems[1991] , *.I KAU. Eng. Sci* .. vol. 3, pp. 103-111

Finding The Best Parameter Of Single Exponential Smoothing Method By Using Non Linear Programming Method

Khawla Abdul-Hussein Al-Zubaidi
University of Baghdad/ College of Engineering/ Dept. of Engineering Mechanics

Abstract:-

The Exponential Smoothing single Method use in forecasting process that require estimate parameter (α) which range between (0 and 1) , the parameter given initial value to start forecast process and the best forecast which lead to minimize the mean square error .

The research includes using non linear programming method to find best parameter of single exponential smoothing Method ,The models solve by non linear programming method with aid of computer simulation program (Win QSB) , the results explain effect use Non Linear Programming Method to Find The Best Parameter Of Single Exponential Smoothing .