

هناء محمد إبراهيم
الجامعة المستنصرية-كلية التربية

المستخلص:

لقد وجدت طرق مختلفة لتقويم كفاءة المنظومات البصرية، والقاعدة العامة لها ان المنظومة تحت الفحص تسقط صورة لجسم واضحة المعالم. في الوقت الحاضر يعد مفيداً استخدام الشق المفرد. وصورته في الإضاءة غير المتشاكه (دالة انتشار الشق) تم التطرق لها وحلها في حالة خلو المنظومة البصرية ذات الفتحة الدائرية من الزيوغ كذلك عند وجود الزيوغ اللامحورية والزيوغ المحورية. وقد تم تقويم دالة انتشار الشق لما ذكر آنفاً والوصول لها عبر التكامل على بؤبؤ الخروج للعدسة وباستخدام طريقة كاوس التربيعية.

Abstract

A variety of methods exist for evaluating the performance of optical systems, a very common principle is to have a system under test project an image of a well defined object.

In early days it had been shown the advantage of a single bar. The image of an incoherently illuminated single bar (Bar spread function) will be attacked and solved for the case of aberration free circular aperture and in the presence of off-axis aberration and on-axis aberration.

The evaluation of the bar spread function for the previous case was achieved by integration over the exit pupil using Gauss quadrature.

المقدمة:

لم تشر الكثير من الأدبيات للجانب النظري إلى دالة انتشار الشق. وأول بحث هو ذلك المقدم من قبل بركات وهوستون (1) Barakat and Houston اللذان استخدموا دالة الانتقال البصرية (OTF) كتقنية لإيجاد الشدة في صورة الشق المفرد اللامتشاكه وعند وجود الزيغ الهالي من الرتبة الثالثة (third order coma). صورة نمط الشق الدوري

للمنظومة الخالية من الزيغ وباستخدام فتحة العدسة الحلقية تمت دراستها من قبل Singh (2) and Kavathekar. وفي المجال العملي فقد حصل (3) Lewis and Hauser على العرض المثالي للشق باستخدام تقنية (OTF). ولكن Johansson and Predko (4) هم اللذان اشتقا الصيغة العامة لحساب دالة انتقال التضمين (MTF) من الشدة في مركز صورة الشق باستخدام العرض المتغير. ولكن (5) Singh, Ibid درسوا تأثير الحركة الخطية والاهتزازات الجيبية لصورة الحيود لشق مفرد لامتشاكة الإضاءة وبؤبؤ العدسة ذي الحاجب المركزي لمختلف نسب الحجب ووجد ان الانحطاط في دالة انتشار الشق في حالة الاهتزاز الجيبي هو أكثر من تلك التي في الحركة الخطية الشق المفرد له أهمية مباشرة في التصور الجوي، ولكن تحليلاته اكتسبت أهمية في تقويم المنظومات البصرية حديثاً. ويعود السبب للصعوبات التي تبرز عند تقويم شدة الصورة في الشق، وكمثال هو العامل العياري وكذلك ظهور أشكال غير مرغوب فيها عندما يكون الزيغ كبيراً.

ان طيف التردد الحيزي للشق يتحول إلى دالة جيبية مألوفة وعند الحد، فان الشق يتحول إلى نبضة ضيقة جداً والتي يمتد طيفها بمستوى منتظم على كل الترددات.

ان عرض النصف لمنحني توزيع الشدة لمصدر للشق المفرد يمكن ان يؤخذ كمعيار لنوعية الصورة حيث ان عرض النصف الأضيق يعني الصورة الأفضل. اشتقاق المعادلة الجديدة لـ "دالة انتشار الشق":

تتناول المحاولة التالية مع صورة مصدر على شكل شق غير متشاكة الإضاءة متكونة بعدسة ذات الفتحة الدائرية، وتقنية جديدة تقدم لتقويم الشدة في هذه الصورة.

ان توزيع الشدة في الصورة لمصدر على شكل شق تدعى دالة انتشار الشق (BSF). ومن المفيد توضيح الكميات المتغيرة المسيطرة على صورة الشق بالتكامل الذي ينجز على بؤبؤ العدسة.

من الممكن دراسة تأثيرات أي الزيغ، وطبيعة هذه الزيغ معطاة بتشوه الموجة

$$w(x, y) = w(x1, y)$$

وللحصول على توزيع الضوء في صورة الشق، فان دالة انتشار المتفقة مع النظام البصري تتكامل التفاضلاً مع الدالة التي تمثل توزيع الضوء في الجسم، وبمعنى آخر دع دالة الجسم ذات البعد الواحد تكون $B(z)$ ، ولكون ان عملية تكون الصورة في الإضاءة غير المتشاكة يمكن كتابتها بالتكامل الالتفافي، فان توزيع الشدة في الصورة تعطي بـ:

$$B(z') = \int_{-\infty}^{\infty} B(z)L(z'-z)dz \quad (1A)$$

حيث ان $L(z')$ هو دالة انتشار المتفقة مع المنظومة وتدعى دالة الانتشار الخطية الناتجة من مصدر خطي ذي شدة واحدة واقعة عند $z=0$ (انظر الشكل -1-) وتعطي بـ:

$$L(z'-z) = \iint_{y \times x1} \iint_{y \times x1} f(x, y) e^{i(z'-z)x} f^*(x1, y) e^{-i(z'-z)x1} dx1dx dy \quad (1B)$$

حيث $B(z')$ هو BSF. وان $z'=2\pi u'$ حيث u' هو محور فضاء الصورة المختزل، كما في الشكل (1).

وبعد استخدام معادلة 1A و 1B يكون لدينا:

$$B(z') = \iint_{y \times x1} \iint_{y \times x1} f(x, y) e^{iz'x} f^*(x, y) e^{-iz'x1} dx1dx dy \int_{-\infty}^{\infty} B(z)e^{-iz(x-x1)} dz \quad (2)$$

حيث $f(x, y)$ هو دالة البؤبؤ وتساوي:

$$\begin{aligned} &= e^{ikw(x, y)} && \text{for } x^2+y^2 \leq 1 \\ &= 0 && \text{for } x^2+y^2 > 1 \end{aligned}$$

وان $w(x, y)$ هو زيغ جبهة الموجة للمنظومة البصرية مقاسه من الكرة المرجع الكروية في أو قرب بؤبؤ الخروج.

وان $f^*(x1, y)$ هو الالتفاف للدالة $f^*(x1, y1)$ مع $\delta(y-y1)$ حيث ان $f^*(x1, y)$ مساوياً إلى $e^{-ikw(x1, y)}$.

$$\begin{aligned} B(z) &= 1 && \text{for } |z| = d \\ &= 0 && \text{elsewhere} \end{aligned}$$

لذلك المعادلة (2) تصبح:

$$B(z') = N \iint_{y \times x1} \iint_{y \times x1} \frac{\sin\{(x, x1)d\}}{(x, x1)} \cos[k\{w(x, y) - w(x1, y)\} + z'(x - x1)] dx1dx dy \quad (3)$$

حيث d يمثل عرض النصف لجسم الشق، N هو العامل العياري للصيغة الجديدة في المعادلة (3) حيث لا يكون ثابتاً ويتغير بتغير d . وان العدد الموجي والمساوي إلى $\frac{2\pi}{\lambda}$

وقد أجرى التكامل على بؤبؤ العدسة الدائري ذي نصف القطر الواحد.

$$x^2 + y^2 \leq 1 \quad \text{أي ان:}$$

لذا فاذا كان حدود تكامل y مأخوذ من -1 إلى $+1$ لذلك فان حدود تكامل x و x_1 هي $-\sqrt{1-y^2}$ إلى $+\sqrt{1-y^2}$ كما في الشكلين (2، 3). اشتقاق المتسلسلة:

باستخدام المعادلة (3) للنظام الخالي من الزيغ والخطأ البؤري أي ان:
 $w(x, y) = w(x_1, y) = 0$ لذلك نحصل على:

$$B(z') = N \int_{-1}^{+1} \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}} \frac{\sin[(x, x_1)d]}{(x, x_1)} \cos[w(x, y) z'] dx_1 dx dy \quad (4)$$

وحيث ان

$$\sin z = \sum_{n=1, \text{odd}}^{\infty} (-1)^{\frac{(n-1)}{2}} \frac{z^n}{n!}$$

وان

$$\sin z = \sum_{n=0, \text{even}}^{\infty} (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{z^n}{n!}$$

عندئذ بعد فتح \sin و \cos في التكاملية كمتسلسلة قوة والتعويض في المعادلة (4) يكون لدينا ما يلي:

$$B(z') = N \sum_{n=1,3} \sum_{m=0,2} \frac{(-1)^{(n+m-1)} 2^{(n+m+7)} d^n z'^m}{n! m! n(n+1)(m+1)(m+2)} \frac{(n+1)!! (m+2)!!}{(n+2)!! (n+3)!!} \quad z' \neq 0 \quad (5)$$

عند $z'=0$ فالمعادلة (4) تصبح:

$$B(0) = N \sum_{n=1,3} \frac{(-1)^{(n-1)/2} d^n}{n!} \frac{2^{n+3}}{n(n+2)} \frac{(n+1)!!}{(n+1)!!} \quad (6)$$

والتي تعطي القيمة للعمل العياري.

التقويم العددي:

في حالة النظام الخالي من الزيغ فالمعادلة (4) وعند وجود الزيغ المعادلة (3) يتم التقويم بالتكامل العددي.

والطريقة العددية هي طريقة كاوس التربيعية. يعتمد عدد النقاط على كمية الزيغ الداخلة في النظام البصري تحت الفحص.

وباعتماد صيغة كاوس العامة في المعادلة (3) تكون:

$$B(z') = \frac{d}{\pi^2} \left[\sum_{n=1}^{20} H_n \left\{ \sum_i^{2,6,9} H_i \sqrt{1-y_n^2} \left(\sum_j^{2,6,9} H_j \sqrt{1-y_n^2} \right) \right. \right. \\ \left. \left. (\cos [k \{ w(x_i \sqrt{1-y_n^2}, y_n) - w(x_j \sqrt{1-y_n^2}, y_n) \} + z' (x_i \sqrt{1-y_n^2} - x_j \sqrt{1-y_n^2})] \right) \right. \\ \left. \sin c [d(x_i \sqrt{1-y_n^2} - x_j \sqrt{1-y_n^2})] \right) \right] \quad (7)$$

حيث ان x_i, x_j, y_n تمثل نقاط كاوس للفترة (-1, +1) على امتداد x, y, x_1 على التوالي. H_n, H_j, H_i هما معاملات أوزان كاوس النسبية.

المعادلة (7) تم برمجتها بلغة FORTRAN واستخدمت 20 نقطة لصيغة لكاوس التربيعية.

بعض المنظومات البصرية المحتوية على كميات مختلفة وأنواع مختلفة للزيغ تم استخدامها لإيجاد الدالة BSF.

النتائج والمناقشة

الإشكال (9→5) تمثل حالة النظام الخالي من الزيغ والزيغ اللامحوري (الزيغ الهالي من الرتبة الثالثة) وعند اتجاهات مختلفة، من الواضح انه للنظام الخالي من الزيغ ان قيمة عرض النصف للدالة BSF مساوية تقريباً إلى عرض النصف للشق مقاساً من $z'=0$.

وحالة الزيغ الهالي تكوّن وجوباً فحوصاً دقيقاً حول فائدة المعالجة البصرية لنقطة مجال الجسم. وكما يبد ومن الإشكال (8→4) ، فمن الواضح جداً انه عند $(d=1)$ فالدالة BSF تسلك سلوكاً مختلفاً. وتظهر تذبذباً ظاهرة عند $\psi = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ والتي تسبب أرباكاً وذلك

من مساوي المصدر الخطي. وهذا يعود لحقيقة ان أي شق له عرض النصف اقل من $d=0.8$ يصبح سلوكه عملياً كما لو كان ضيقاً جداً. من المهم جداً ان نذكر هنا عن وجود علاقة ذاتية بين عدد نقاط كاوس GQ وعرض النصف للشق كون ان أية زيادة في عدد نقاط كاوس يكون غير مجدياً في إزالة التذبذب. وعند $d=7,8$ من الواضح ان الشدة

العظمى لن يكون لها نقطة محددة بسبب مشكلة في الجانب العملي. ولذلك مثل هذه القيم إلى d لا يوصي بها.

الرسوم البيانية (9-14) تمثل حالة الزيغ الكروي لعدسة الفحص اللامة المستوية عند فتحات مختلفة ($f/5.6, f/8, f/11$) وعملياً عرض النصف للشق d معطى بالعلاقة:

$$d = \frac{\pi}{\lambda f^{\#}} \xi$$

حيث ξ تمثل عرض النصف للشق بعيداً.

$f^{\#}$ هو العدد البؤري، λ هو الطول الموجي.

هذه الرسوم البيانية تمثل تذبذباً كثيراً عند $d=1$ وشدة عظمى غير محدد عند $d=7, 8$. الاستنتاج:

الجزء المهم في هذا العمل هو كيفية اختيار العرض الصحيح للشق لكي نحصل على نتائج جيدة. وكما ذكرنا سابقاً ان العرض الصغير عديم الاستعمال كونه يسبب تذبذباً حتى عند وجود كميات صغيرة من الزيوغ في العدسة تحت الفحص. ولقيم كبيرة إلى d مثل القيم 7 أو 8 وجد ان مثال هذين عرضي النصف غير مفضلين في القياسات إذا ما كانت قيمة خاصة للشدة العظمى هي المطلوبة. وتجدر الإشارة هنا إلى ان جزءاً من عدد نقاط كاوس يختزل التذبذب الحاصل للشدة عند قيم صغيرة إلى d أو يعطى قيم ثابتين للشدة عند قيم كبيرة إلى d . العدد الكبير لنقاط كاوس هو طريقة جيدة لاختزال التذبذب الحاصل عند قيم كبيرة لـ z' أو عندما يكون الزيغ كبيراً. ومن الخبرة والأشكال التي حصلنا عليها يمكننا الاستنتاج ان أفضل عرض للشق كمعيار لفحص العدسة هو $d=6$ كونه يعطي قيم عظمى مقبولة ولا تسبب الالتباس.

وحتى عند الفتحات الكبيرة المستخدمة وجد أيضاً عند مقارنة 10 نقاط لكاوس GQ مع نتائج المعطاة من قبل بركات وهوستن (1) Barakat and Houston اللذان استخدموا 20 نقطة لكاوس نجد هنالك تطابقاً و اتفاقاً تم التوصل اليه. وهذا يبرهن تفوق الطريقة المستخدمة من قبلنا في فحص العدسات البصرية مقارنة مع بقية الطرق مثل .OTF

ان كفاءة هذه التقنية الحديثة تظهر بشكل واضح في طريقة الحساب عند إجراء التكامل على بؤبؤ الخروج exit pupil حيث يمكننا من ادخال أي كمية من الزيغ ولكافة أنواعه.

اما من الناحية العملية فقياس BSF لا يحتاج إلى أجهزة معقدة للحصول على نتائج جيدة بينما تتطلب قياسات OTF دقة عالية لذا تحتاج إلى أجهزة معقدة. ان المشكلة الوحيدة باستخدام الشق في القياسات العملية هو التغير المستمر لعرض الشق حتى لفحص عدسة واحدة. ويعود السبب إلى قيمة العرض الحقيقي يعتمد على قيمة العدد البؤري للعدسة لذا يمكن القول انه لثلاث فتحات للعدسة يجب استخدام ثلاث قيم إلى ٤.

الملحق (1)

الشكل العام إلى كاوس (1) Gauss هو:

$$f(s)ds = \frac{b-a}{2} \sum_{n=1}^N H_n f\left(\frac{1}{2}(b+a) - \frac{1}{2}(b-a)x_n\right) \quad (i)$$

حيث ان a, b هما حدود التكامل. H_n يدعى معامل كاوس. N هو عدد النقاط. ولحسن الحظ للفترة من $(-1, +1)$ مدونة في جداول من قبل Abramowitz and Stegun (2) ولحد $N=96$.

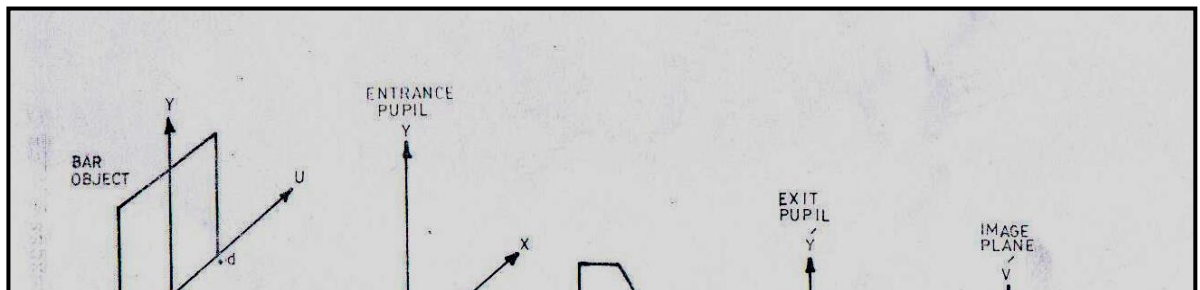
$$\int_{-1}^{+1} f(x)dx = \sum_{n=1}^N H_n f(x_n) \quad (ii)$$

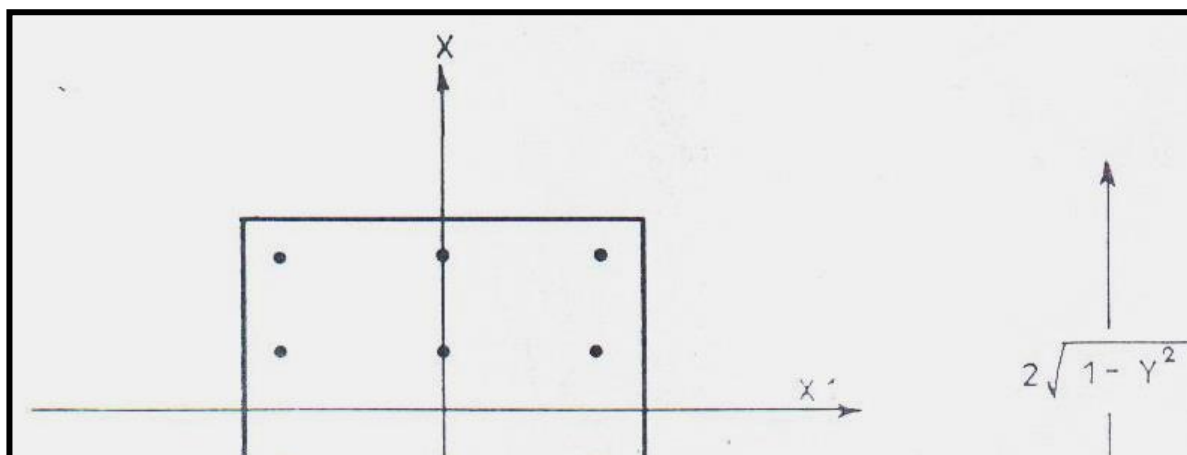
المعادلة (ii) استخدمت لتقييم التكامل على محور y في المعادلة (3).

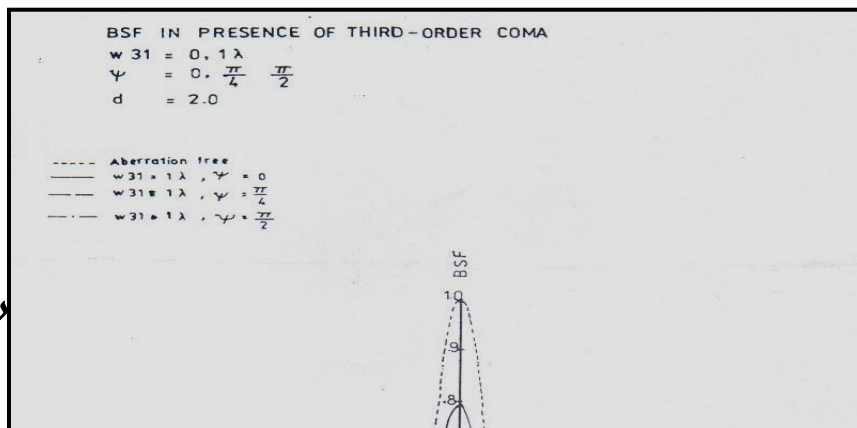
- (1) see, for example, Lanczos, C., applied analysis (Prentice-Hall, Inc., Englewood cliffs, New Jersey 956), 396.
- (2) Abramowitz, M., Stegun, I. A., Handbook of Mathematical function, (Dover Publications Inc., New York, 1972).

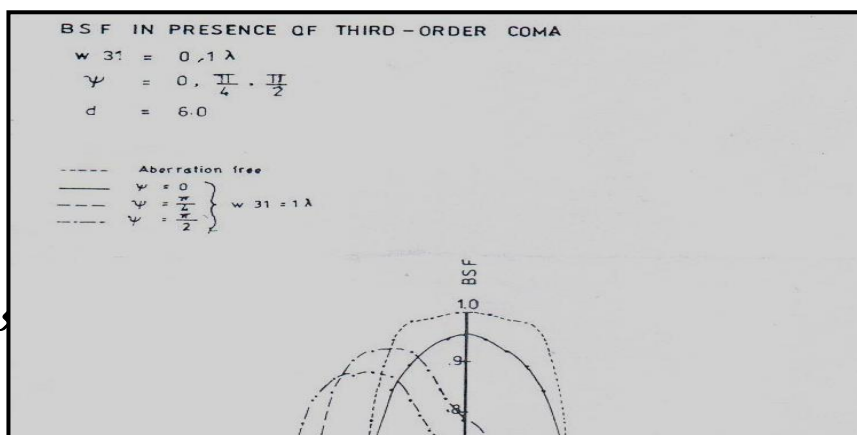
المصادر (References)

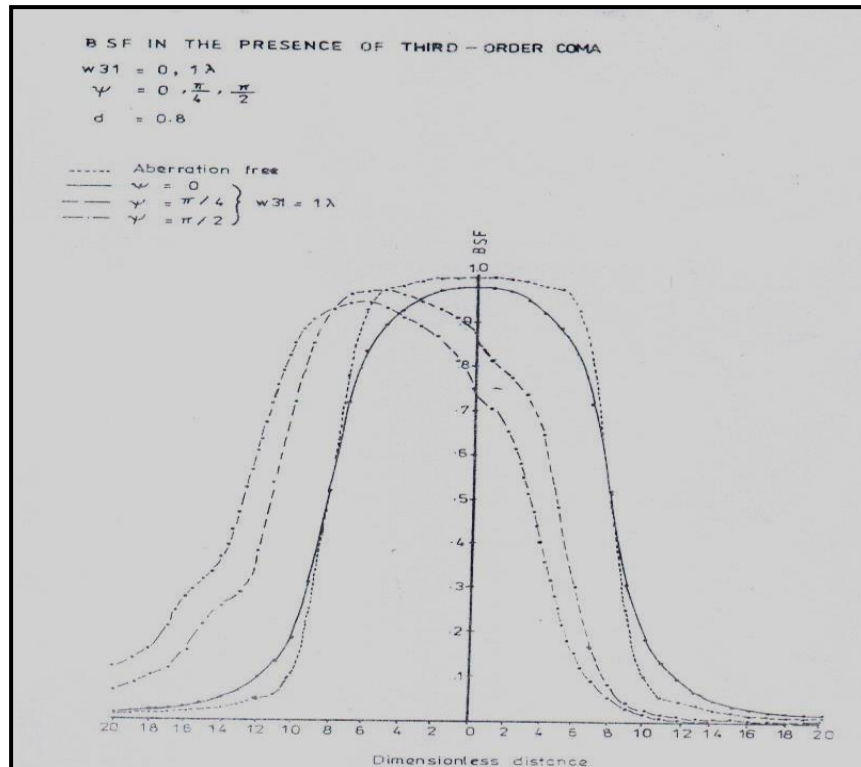
- (1) Barakat, R., Houston, A., (1966) J. Opt. Soc. Am., 56, 1402.
- (2) Singh, K., Kavathekar, A. K., (1969) J. O. S. A. 59, 8, 936-941.
- (3) Lewis, N. W., Hauser, T. V., (1962) J. Photogr. Sci., 10, 288.
- (4) Johansson, S., Predko, K., (1976) Optica Acta, 23, 7, 549-556.
- (5) Singh, R. N., Singh, K., Chandra, A., (1975) Indian J. Phys., 49, 28-37.



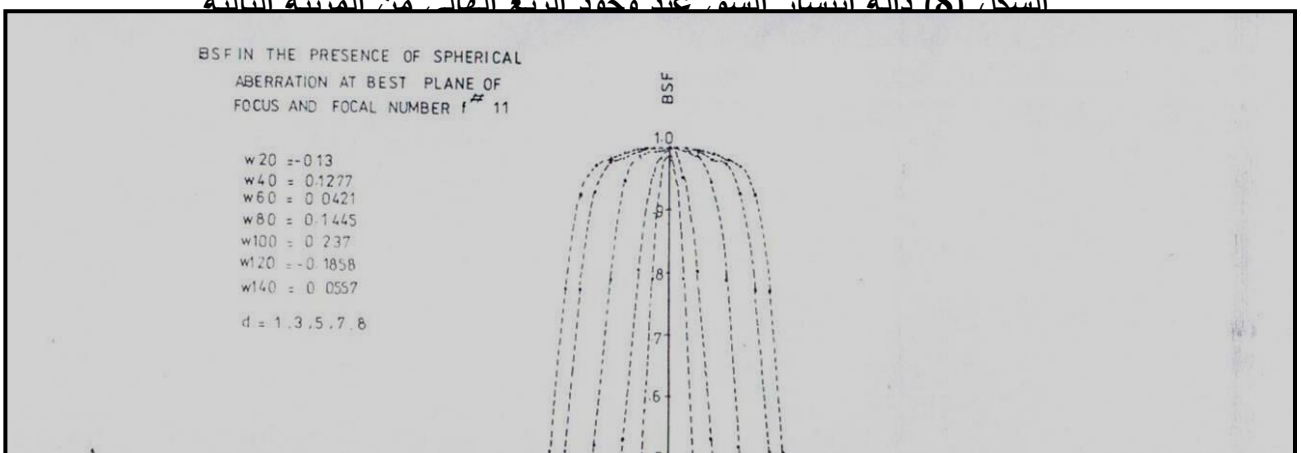






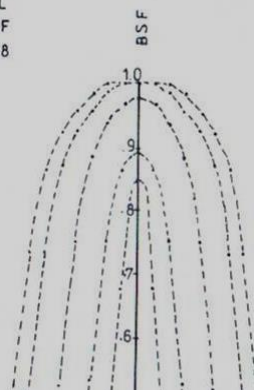


الشكل (8) دالة انتشار الشق عند وجود الزيغ الكروي من الممتدة الثالثة



BSF IN THE PRESENCE OF SPHERICAL
ABERRATION AT BEST PLANE OF
FOCUS AND FOCAL NUMBER $f^{\#} 8$

$w_{20} = -0.7$
 $w_{40} = 0.47$
 $w_{60} = 0.0057$
 $d = 1, 3, 5, 7, 8$



استخدام دالة انتشار الشق في تقويم نوعية الصور..... هناء محمد إبراهيم

BSF IN THE PRESENCE OF SPHERICAL
ABERRATION AT BEST PLAN OF
FOCUS AND FOCAL NUMBER $f^{\#} 5.6$

w20 = -2.248
w40 = 1.896
w60 = 0.38
w80 = 0.498
w100 = 0.2218
 $\delta = 1, 3, 5, 7, 8$ half width

